



TITLE:

# 超電導発電機の電気特性に関する 解析的研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

新谷, 敏朗

---

CITATION:

新谷, 敏朗. 超電導発電機の電気特性に関する解析的研究. 京都大学,  
1987, 工学博士

ISSUE DATE:

1987-05-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r6255>

RIGHT:

超電導発電機の電気特性  
に関する解析的研究

昭和62年 2 月

新 谷 敏 朗

# 超電導発電機の電気特性 に関する解析的研究

昭和62年 2 月

新 谷 敏 朗

DOC
1987
13
電気系

## 内 容 梗 概

本論文は、現在実用化のための試作、研究が国内外で進められている超電導同期発電機を対象にしており、その電氣的諸特性を二次元電磁界解析の結果を用いて解析的に論じたものである。

超電導発電機は、i) 界磁巻線の超電導化により高磁界が得られるので鉄心が用いられない、ii) 界磁巻線の超電導状態保護のために導電性の円筒形ダンパを持つ、iii) 回転子が多重円筒形となっている等の点で従来の同期発電機と構造的に大きく異なっている。この様に従来機と異なる構造を持つ超電導発電機の実用化を進めるには、まず超電導発電機の同期発電機としての電氣的な特性をよく把握する必要がある。

本論文では、超電導発電機の電氣的特性を解析するために、二次元の解析モデルを設定し、電磁界解析によりベクトル・ポテンシャルの解析解を導出し、それを基にオペレーショナル・インピーダンスの周波数特性、機器定数、三相突発短絡時の過渡特性、ダンパ円筒のしゃへい効果、制動効果などについて考察を加えている。

緒言では、本研究の目的とそれを達成するための研究課題について述べる。

第1章では、超電導発電機の構造を説明し、次に二次元の解析モデルを設定し、ダンパ円筒のうず電流を考慮した電磁界解析を行ない、電機子電流、界磁電流がつくるベクトル・ポテンシャルの理論式を導出した。

第2章では、第1章で得たベクトル・ポテンシャルの理論式を用いて超電導発電機のオペレーショナル・インピーダンスの理論式を導出し、その中に含まれる変形ベッセル関数に対して近似式を適用して有理関数近似式を導いた。次にその近似式から同期リアクタンス、過渡リアクタンス、各種時定数を構造パラメータの簡単な関数として与え、物理的な考察を加えた。

第3章では、第2章で与えた機器定数の表式から、超電導発電機の機器定数である同期リアクタンス、過渡リアクタンス等のリアクタンス及び各種の時定数と構造パラメータの関係について考察した。また大型の超電導発電機ではそれらの機器定数がおおよその程度の値を取るかを検討した。

第4章では、オペレーショナル・インピーダンスの有理関数近似式を用いてヘビサイドの展開定理によって三相突発短絡時の電機子電流・界磁電流・ダンパ円筒の電流密度の時間領域の解を解析的に与え、超電導発電機の過渡特性について考察した。

第5章では、ダンパ円筒のしゃへい効果、制動効果の周波数特性を解析すると共に、三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルク、半径方向応力について検討した。

結言では、本研究によって得られた成果を要約して示した。

# 目 次

## 主要記号表

緒 言 .....	1
第1章 超電導発電機の二次元電磁界解析 .....	3
1.1 まえがき .....	3
1.2 超電導発電機の構造 .....	3
1.2.1 超電導発電機の一般的構造と解析モデル .....	3
1.2.2 20 kVA 実験機の構造 .....	6
1.3 二次元解析によるベクトルポテンシャルの理論式 .....	12
1.3.1 基本方程式 .....	12
1.3.2 一般解と境界条件 .....	13
1.3.3 電機子電流がつくるベクトルポテンシャル .....	18
1.3.4 界磁電流がつくるベクトルポテンシャル .....	21
1.4 変形ベッセル関数の性質 .....	22
1.4.1 変形ベッセル関数 $I_n(z)$ , $K_n(z)$ の近似式: $ z  \ll 1$ の場合 .....	22
1.4.2 変形ベッセル関数 $I_n(z)$ , $K_n(z)$ の近似式: $ z  \gg 1$ の場合 .....	24
1.4.3 変形ベッセル関数の帯域別近似式 .....	25
1.5 磁束密度分布 .....	26
1.6 むすび .....	28
第2章 超電導発電機のオペレーショナル・インピーダンス .....	30
2.1 まえがき .....	30
2.2 オペレーショナル・インピーダンスの理論式の導出 .....	30
2.2.1 オペレーショナル・インピーダンス .....	30
2.2.2 鎖交磁束数 .....	31
2.2.3 オペレーショナル・インピーダンスの理論式 .....	34
2.3 オペレーショナル・インピーダンスの有理関数近似 .....	35
2.3.1 有理関数近似式 .....	35

2.3.2 周波数特性 .....	39
2.4 むすび .....	44
第3章 超電導発電機の機器定数と構造パラメータの関係 .....	45
3.1 まえがき .....	45
3.2 超電導発電機のリアクタンス .....	45
3.2.1 正相リアクタンス .....	45
(a) 同期リアクタンス .....	46
(b) 過渡リアクタンス .....	48
3.2.2 逆相リアクタンス .....	50
3.2.3 零相リアクタンス .....	50
3.3 超電導発電機の時定数 .....	51
3.4 むすび .....	53
第4章 三相突発短絡時の過渡現象解析 .....	55
4.1 まえがき .....	55
4.2 電機子電流の過渡変化 .....	55
4.2.1 重ね合わせの理と逆ラプラス変換 .....	55
4.2.2 過渡リアクタンス, 時定数の測定 .....	63
4.3 界磁電流の過渡変化 .....	64
4.4 低温ダンパの電流密度の過渡変化 .....	68
4.5 常温ダンパの電流密度の過渡変化 .....	71
4.6 数値例 .....	73
4.7 むすび .....	80
第5章 二重ダンパ円筒のしゃへい, 制動効果, 及びそれらに働く過渡的な力の解析...	81
5.1 まえがき .....	81
5.2 ダンパ円筒のしゃへい効果 .....	81
5.2.1 しゃへい比 .....	82
5.2.2 数値例 .....	85

5.3 ダンパ円筒の制動効果 .....	86
5.3.1 低温ダンパの制動トルク .....	86
5.3.2 常温ダンパの制動トルク .....	89
5.3.3 数値例 .....	91
5.4 三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルクの解析 .....	92
5.4.1 低温ダンパに働くトルクの最大値 .....	94
5.4.2 常温ダンパに働くトルクの最大値 .....	95
5.4.3 数値例 .....	96
5.5 三相突発短絡時にダンパ円筒に働く半径方向応力の解析 .....	97
5.5.1 低温ダンパに働く半径方向応力の最大値 .....	97
5.5.2 常温ダンパに働く半径方向応力の最大値 .....	99
5.5.3 数値例 .....	101
5.6 むすび .....	102
結 言 .....	104
謝 辞 .....	106
付 録 .....	107
参考文献 .....	117



## 主 要 記 号 表

- $A = (0, 0, A)$  : ベクトル・ポテンシャル [Wb/m]  
 $B = (B_r, B_\theta, 0)$  : 磁束密度 [T]  
 $d$  : ダンパ円筒の厚さ [m]  
 $E_0$  : 内部誘導起電力 [V]  
 $f$  : 周波数 [Hz]  
 $F$  : 応力 [ $N/m^2$ ] または [p.u.]  
 $H$  : シャヘイ比  
 $I_a$  : 定格電流 [A]  
 $I_{f0}$  : 無負荷時に定格電圧を出すのに必要な界磁電流 [A]  
 $J$  : トルク [Nm] または [p.u.]  
 $k$  : 結合係数  
 $L$  : 自己インダクタンス [H]  
 $M$  : 相互インダクタンス [H]  
 $N$  : 一極あたり導体数  
 $p$  : 極対数  
 $R$  : 半径 [m]  
 $s$  : ラプラス変換における複素変数  
 $S$  : すべり  
 $T$  : 時定数 [sec]  
 $V_t$  : 定格電圧 [V]  
 $V_L$  : 三相突発短絡前の線間電圧 [V]  
 $W$  : 定格容量 [VA]  
 $X$  : リアクタンス [ $\Omega$ ] または [p.u.]  
 $\delta$  : 表皮厚さ [m]  
 $\lambda$  : 軸方向有効長 [m]  
 $\phi$  : 直軸からの角度 (機械角) [rad]  
 $\phi_a$  : 直軸と a 相軸のなす角度 (機械角) [rad]  
 $\phi$  : a 相軸からの角度 (機械角) [rad]

$\Psi$  : 鎖交磁束数 [ Wb 回数 ]

$\sigma$  : ダンパ円筒の導電率 [ S/m ]

$\mu_0$  : 真空の透磁率  $4\pi \times 10^{-7}$  [ H/m ]

$\theta$  : 巻線の占める角度 ( 機械角 ) [ rad ]

$\omega$  : 角周波数 ( 電気角 ) [ rad/sec ]

$\omega_0$  : 同期角周波数 ( 電気角 ) [ rad/sec ]

#### 添字

a, b, c : 電機子各相,      d : 直軸,      q : 横軸,      f : 界磁,      i : 低温ダンパ,

2 : 常温ダンパ,      3 : 外部機械シールド,      i : 内半径,      o : 外半径

n : 空間高調波次数,      D : 制動,      s : 短絡

#### 巻線分布に関するもの

$$f_{\xi n} = \frac{\sin\left(\frac{np\theta_{\xi}}{2}\right)}{\frac{np\theta_{\xi}}{2}}, \quad \xi = a, f$$

#### 半径の比に関するもの

$$x_{\xi} = \frac{R_{\xi i}}{R_{\xi o}}$$

$$y_n(x_{\xi}) = \frac{1 - x_{\xi}^{np+2}}{np+2}$$

$$Y_{\xi n} = y_{-n}(x_{\xi}) \pm \left(\frac{R_{\xi o}}{R_{3i}}\right)^{2np} y_n(x_{\xi})$$

$$Z_{\xi n} = \frac{1}{2} \left\{ y_n(x_{\xi}) - y_{-n}(x_{\xi}) x_{\xi}^{np+2} \right\} \pm \left(\frac{R_{\xi o}}{R_{3i}}\right)^{2np} y_n^2(x_{\xi})$$

ここで,  $\xi = a, f$  で,  $-np+2=0$  の時  $y_{-n}(x_{\xi}) = -\ln x_{\xi}$  である。

また, 複号は+が磁気シールド, -が導電シールドを表わす。

変形ベッセル関数に関するもの

$I_\nu(z)$  : 第1種の変形ベッセル関数

$K_\nu(z)$  : 第2種の変形ベッセル関数

$$O_{u,v}(z, w) = I_u(z) K_v(w) - (-1)^{u-v} K_u(z) I_v(w)$$

これを更に略して,

$$O_{u,v}(k) = I_u(\alpha_k R_{k0}) K_v(\alpha_k R_{ki}) - (-1)^{u-v} K_u(\alpha_k R_{k0}) I_v(\alpha_k R_{ki}), \quad k=1, 2$$

ここで,  $\alpha_k = \sqrt{u_0 \sigma_k s}$

$O_{u,v}(k)$  を用いて,

$$\begin{aligned} R_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \cdot \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \cdot \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\quad \times \left\{ O_{np-1, np+1}(1) O_{np-1, np+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np-1, np-1}(2) \right\} \\ Q_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \cdot \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \cdot \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\quad \times \left\{ O_{np-1, np+1}(1) O_{np+1, np+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np+1, np-1}(2) \right\} \\ U_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \cdot \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \cdot \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\quad \times \left[ O_{np-1, np+1}(1) \left\{ O_{np-1, np+1}(2) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) \left\{ O_{np-1, np-1}(2) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(2) \right\} \right] \\ V_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \cdot \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \cdot \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\quad \times \left[ O_{np-1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np+1}(1) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \right\} \right. \end{aligned}$$

$$-\left(\frac{R_{1o}}{R_{2i}}\right)^{2np} O_{np+1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np-1}(2) \pm \left(\frac{R_{2o}}{R_{3i}}\right)^{2np} O_{np+1, np-1}(2) \right\}$$

複号は+が磁気シールド，-が導電シールドを表わす。

## 緒 言

わが国の電力需要は、現在、経済の低成長、省エネルギー政策の影響などにより伸び率は鈍化しているが、将来にわたって長期的に見ると増加の傾向にある。これに対応して、発電機が大容量化すると共に電源地点が遠隔化するため、電力系統は500kV系統を幹線とする様に大規模化、長距離化している。このため、電力系統の安定度の面でかなり厳しい状況になっている。

こういう状況において、超電導同期発電機が注目され、世界各国で試作、研究が行なわれている。<sup>(1)(2)</sup> その理由は超電導発電機が従来型の同期発電機と比較して、小型軽量、低損失、低リアクタンス等の特長を持っており、単機容量の増大、機器の高効率化、電力系統の安定度向上等が期待されるからである。

超電導発電機では界磁巻線を超電導化することにより、鉄心を用いなくても高磁界を得ることができる。また超電導コイルを用いると極低温に冷却する必要があるので、回転子は中空断熱容器となる。回転子の最外部には従来機の制動巻線の役割を持つ薄肉円筒（常温ダンパと呼ばれる）を備え、界磁巻線の外側の真空部の中には断熱及び交流磁界しゃへい用の薄肉円筒（低温ダンパと呼ばれる）を備えるのが通常である。この様に超電導発電機は従来型の同期発電機とは構造が大きく異なるので、その電気的な特性も従来機とは異なる。従って、超電導発電機の実用化を進めるには、まずその電気特性をよく把握することが必要である。

超電導発電機は内部に鉄心がないことから、電磁界解析によってその電気特性を正確に解析することができる。<sup>(3)(4)(5)</sup> 一般に二次元解析では三次元解析に比べて解析解が容易に得られるので、構造パラメータと電気特性の関係を把握しやすい。ただし、超電導発電機では、二重のダンパ円筒のうず電流を考慮に入れると、理論式は二次元解析においても変形ベッセル関数を含む複雑なものとなる。従って、構造パラメータと電気特性の関係を正確に知るためには理論式を更に数値計算する必要がある。そのため、ダンパ円筒にうず電流が一様に流れるとして等価回路定数を求める例が多く、<sup>(4)</sup> ダンパ円筒のうず電流を厳密に取扱った論文は少ない。しかしながら、交流磁界から超電導界磁巻線をしゃへいする機能や回転子の機械的制動機能に、二重のダンパ円筒のうず電流が与える効果は大きく、それらについて正確な解析を行うことは重要な課題である。

本論文では、二重のダンパ円筒に流れるうず電流の効果を正確に解析し超電導発電機の電気特性に与える影響を把握すると共に、超電導発電機の電気特性と構造パラメータの一般的な関係を正確に把握することに努めた。

そのための研究課題は以下の通りである。

- 1) 超電導発電機の二次元電磁界解析を行ない、ダンパ円筒のうず電流効果を正確に考慮に入れた場合のベクトル・ポテンシャルの理論式を見通しの良い形で導出すること。
- 2) 超電導発電機の解析の基本的特性量であるオペレーショナル・インピーダンスの理論式を導出し、それに対し通常の超電導発電機の構造パラメータが満足する条件の下で、見通しの良い近似式を求めること。
- 3) オペレーショナル・インピーダンスの近似式から、超電導発電機の機器定数の簡易表現式を導き、構造パラメータと機器定数の関係を考察すること。
- 4) 過渡時のダンパの強度計算、機器定数の測定等の観点から三相突発短絡時の過渡現象解析を行ない、超電導発電機の過渡特性を明らかにすること。
- 5) ダンパ円筒の役割であるしゃへい機能、制動機能の解析、及び過渡時にダンパ円筒に働く力の解析を行うこと。

なお、電磁界解析による理論的検討の妥当性を検証するために実験機による測定値と理論値との照合を行なうと共に、実用規模の大型機についても数値例を与える。即ち、2)と3)の一部については定格容量 20kVA、定格電圧 220V の実験機において理論値、測定値と近似式による計算値を比較し、オペレーショナル・インピーダンスの近似式を用いた解析の有効性を確かめる。その上で、3)、4)、5)については実用機として考えられる 1 GVA 級の超電導発電機の構造パラメータを用いた数値例を示す。

# 第1章 超電導発電機の二次元電磁界解析<sup>(6)</sup>

## 1.1 まえがき

超電導発電機は通常外部磁気シールドを除いて鉄心を持たない。即ち、磁気飽和の影響が小さいので、電磁界解析を行なうことによって磁束密度分布等を正確に計算することができる。

特に二次元解析によれば、比較的容易にベクトル・ポテンシャルの解析解が得られるので、定常時の磁界分布や、ダンパ円筒のうず電流を考慮した電磁界解析が行なわれている。<sup>(3)(7)</sup>ただ、うず電流を考慮した解析においては、円柱座標系における準定常解析となり、変形ベッセル関数が解の中にあられる。従って、二重のダンパ円筒を持つ超電導発電機の場合は、解析解は非常に複雑なものとなる。

本論文では、基本方程式の一般解の与え方を工夫すると共に、変形ベッセル関数の漸化式と微分に関する公式を用いて、比較の見通しのよい解析解を与えた。そして、変形ベッセル関数  $I_\nu(z)$ ,  $K_\nu(z)$  に対して、 $|z|$  に応じた近似公式を適用して、種々の近似式を導いた。これらの近似式は次章以降において考察する超電導発電機の電気的特性、機器定数と構造パラメータとの関係を把握するために大きな意味を持つ。

本章では、まず超電導発電機の一般的な構造を説明し、その構造パラメータについて述べる。次に、解析のための座標系（円柱座標系）を設定し、その座標系における電機子、界磁巻線電流密度のフーリエ級数展開による表現を与える。次に 20kVA 実験機の構造について述べる。以下、マクスウェルの電磁界方程式から出発して、二次元電磁界方程式を解き、電機子、界磁電流がつくるベクトルポテンシャルの理論式を求める。そして理論式中に表われる変形ベッセル関数の近似表現について考察した。最後に、解析モデルの有効性を確かめるために、界磁電流による定常磁界について 20 kVA 実験機の測定値と計算値を比較した。

## 1.2 超電導発電機の構造

### 1.2.1 超電導発電機の一般的構造と解析モデル

現在、世界各国で試作されている超電導発電機は 2 極または 4 極の回転界磁型で、図 1-1 の様な構成になっている。<sup>(7)</sup>

界磁巻線は、超電導コイルが用いられる。その形状はくろ型またはレーストラック型である。励磁はスリップリングを通して行なう。定常運転時には界磁巻線自体の抵抗は無いので、電源

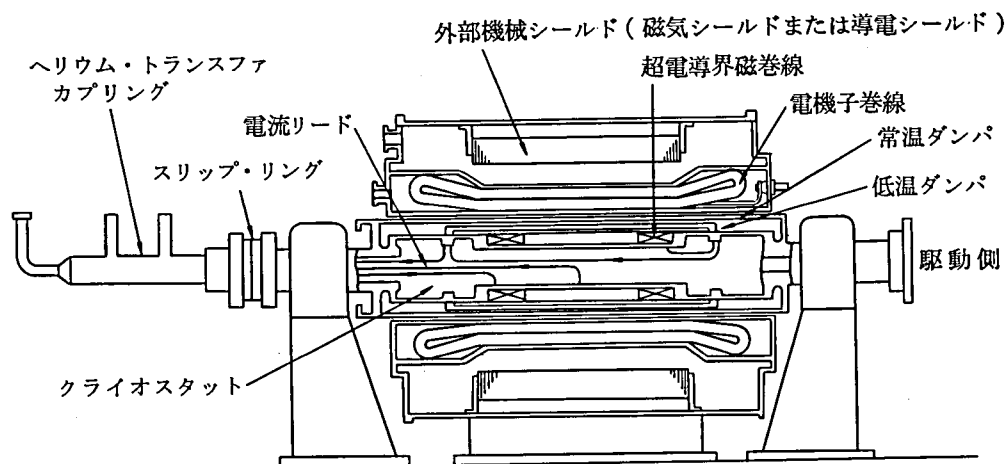


図 1-1 超電導発電機の基本構造

の容量は電流リード，ブラシの電圧降下をまかなう分だけでよい。超電導界磁巻線は極低温に冷却する必要があるので，回転子は真空断熱部を持つ中空低温容器になっている。回転子の最外部には，従来型の発電機のダンパ巻線の役割を持つ常温ダンパと呼ばれる導電性の円筒が備えられる。界磁巻線の外側の真空部の中には，断熱のための輻射シールドの役目を持つ低温ダンパと呼ばれる導電性の円筒が備えられている。低温ダンパは超電導界磁巻線を電機子巻線による変動磁界からしゃへいする役割を兼ねている。低温，常温ダンパ円筒の材料は一般に導電率の高い銅または銅合金が用いられる。また低温ダンパは気化したヘリウムガスで通常 50 ～ 100 K 程度に冷却される。超電導界磁巻線は通常の導線の場合の 100 倍程度の高電流密度によりアンペアターンを大きくして高磁界を発生できるので，鉄心は用いられない。

電機子巻線には交流が流れ，交流磁界にさらされるので，従来機と同じ常電導の銅コイルが用いられる。鉄心を用いないので，空隙巻線構造となり，細線化，転位が行なわれる。電機子巻線の巻線方式としては，亀甲型，パンケーキ型，ヘリカル型等が用いられる。

電機子巻線の外側には，磁束の漏れを防ぐために外部機械シールドが設けられる。積層鉄板による磁気シールドが通例であるが，導電性材料による導電シールドも考えられている。

このような超電導発電機を解析するのに図 1-2 の様に，同心円状の境界を持ち，回転軸方向には一様な二次元モデルを用いる。図 1-2 で領域Ⅰ，Ⅲ，Ⅴ，Ⅶ，Ⅸは空隙部である。領域Ⅱ ( $R_{fi} \leq r \leq R_{fo}$ )，領域Ⅷ ( $R_{ai} \leq r \leq R_{ao}$ )は各々，界磁，電機子巻線部であり，渦電流は流れないとする。領域Ⅳ ( $R_{li} \leq r \leq R_{lo}$ )，Ⅵ ( $R_{2i} \leq r \leq R_{2o}$ )は各々低温，常温ダンパ部である。各々の導電率を  $\sigma_1$ ， $\sigma_2$  とすると，



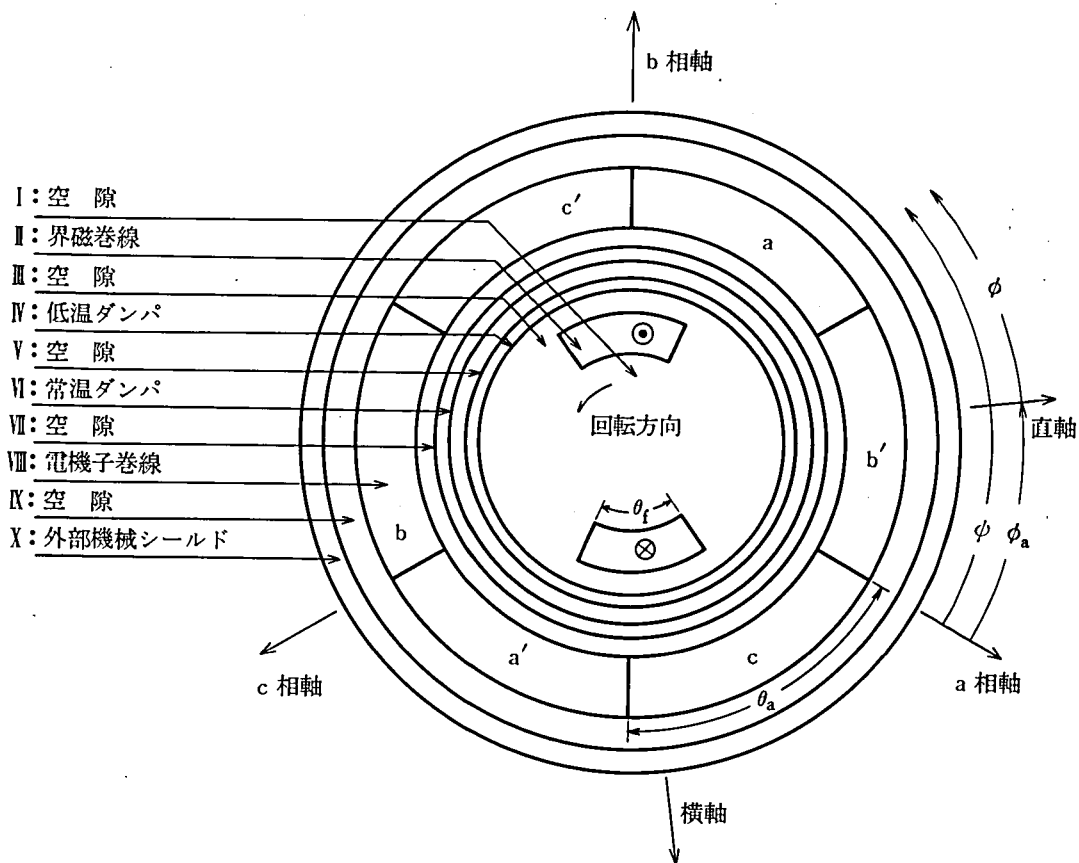


図 1-2 超電導発電機の二次元解析モデル

$$\sigma_1 \gg \sigma_2 \quad (1.1)$$

が通常成立する。銅、銅合金の導電率を表 1-1 に示す。また、ダンパ円筒の厚さ  $d_1, d_2$  はその平均半径  $R_1, R_2$  に比べると小さいので、

$$d_k / R_k \ll 1, \quad k = 1, 2 \quad (1.2)$$

が成立する。領域 X ( $R_{3i} \leq r \leq R_{3o}$ ) は、外部機械シールドである。磁気シールドの場合  $\mu = \infty$ 、導電シールドの場合  $\sigma = \infty$  と仮定する。また、内部に鉄心は用いられないので、X 以外の領域の透磁率は全て真

表 1-1 銅の導電率

導電率 [S/m]		
りん脱酸銅	20 °C	$5.3 \times 10^7$
銅	77 K	$5.2 \times 10^8$
銅	20 K	$5.2 \times 10^9$
銅	4 K	$1.2 \times 10^9$

空の透磁率  $\mu_0$  に等しいとする。解析は  $r \leq R_{3i}$  の領域について行なう。

座標系は、円柱座標系  $(r, \theta)$  とし、周方向の角度  $\theta$  は図 1-2 に示す通り、回転子上 (領域 I ~ VI) では  $\phi$ 、固定子上 (領域 VII ~ X) では  $\phi$  とする。また、 $\phi = \phi - \phi_a$  とする。

電機子、界磁電流密度は、図 1-2 のモデルの様に全節巻の場合、空間高調波を考慮して、以下の様に周方向にフーリエ級数展開することができる。

$$\left. \begin{aligned} i_{\xi}(\phi, t) &= \sum_{n: \text{奇}} i_{\xi n}(t) \sin \left\{ n \left( p\phi - \frac{2}{3} \pi \cdot m \right) \right\} \\ i_{\xi n}(t) &= \Delta N_a i_{\xi}(t) \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{np\theta_a}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} i_f(\phi, t) &= \sum_{n: \text{奇}} i_{fn}(t) \sin(np\phi) \\ i_{fn}(t) &= \Delta N_f i_f(t) \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{np\theta_f}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

ここで、 $\xi = a, b, c$  で各々に対し  $m = 0, 1, 2$  である。また、 $p$  は極対数であり、

$$\Delta N_{\eta} = \frac{2 N_{\eta}}{(R_{\eta o}^2 - R_{\eta i}^2) \theta_{\eta}} \quad , \quad \eta = a, f \quad (1.5)$$

は、各々単位面積あたりの電機子巻線 ( $\eta = a$ ) と界磁巻線 ( $\eta = f$ ) の導体数である。

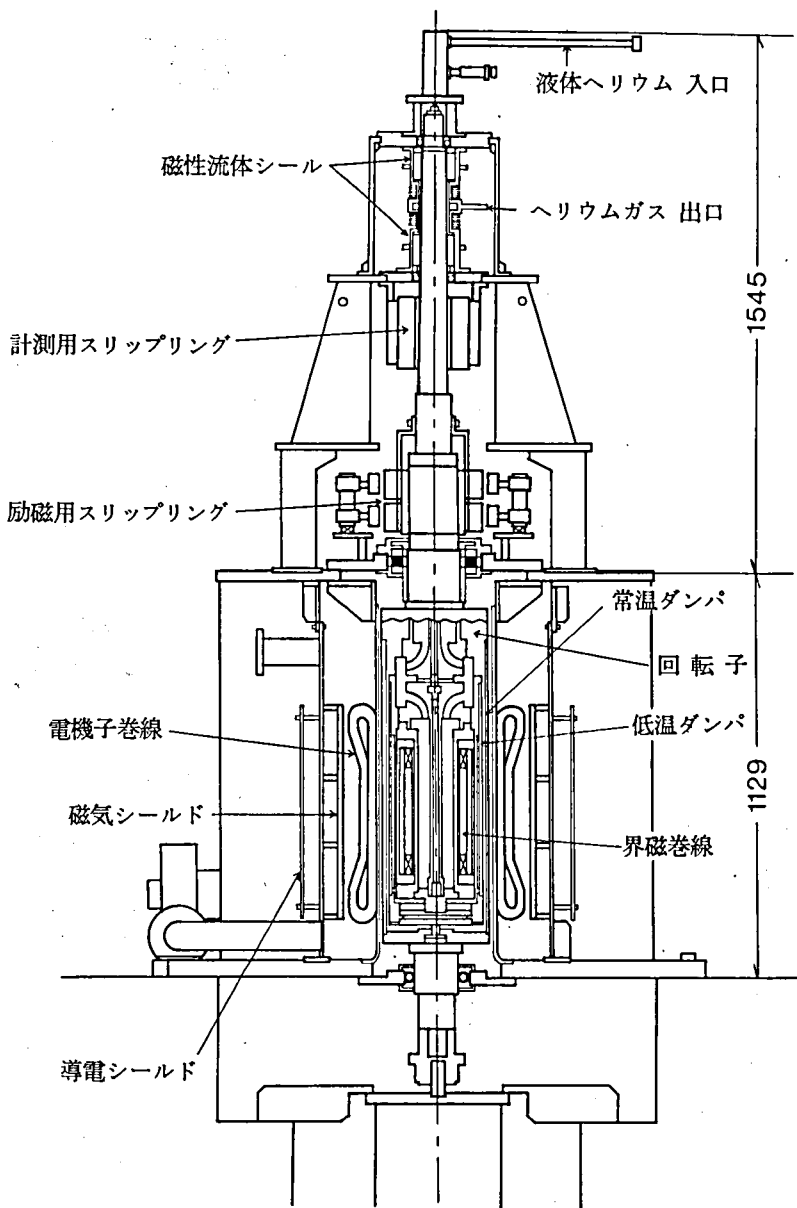
### 1.2.2 20kVA 超電導発電機の構造

本論文では、20kVA 立軸回転界磁型実験機の測定結果を用いて、解析結果の検証を行なう。

実験機は、定格容量 20 kVA、定格電圧 220 V、定格電流 52.5 A、定格回転速度 1800 rpm である。この 20 kVA 機の構造は基本的に前節で述べた一般的構造と同じである。断面図を図 1-3 に示す。

界磁巻線は、レーストラック型で 1 極の巻数は 455 である。その断面図と寸法を図 1-4 に示す。解析モデルとしては図 1-4 に示す様な扇形断面 (斜線部分) とし、その場合  $R_{fi} = 6.91 \times 10^{-2} [m]$ 、 $R_{fo} = 1.02 \times 10^{-1} [m]$ 、 $\theta_{f1} = 0.267 [rad]$ 、 $\theta_{f2} = 0.693 [rad]$  (機械角) となる。(1.4) 式は解析モデルと実際の巻線のアンペアターンが等しくなるように、

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_f &= \frac{2 N_f}{(R_{fo}^2 - R_{fi}^2)(\theta_{f2} - \theta_{f1})} \\ \sin \frac{np\theta_f}{2} &= 2 \sin \left( np \frac{\theta_{f1} + \theta_{f2}}{2} \right) \sin \left( np \frac{\theta_{f2} - \theta_{f1}}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$



(a) 全体断面図

図 1 - 3 20kVA 超電導発電機

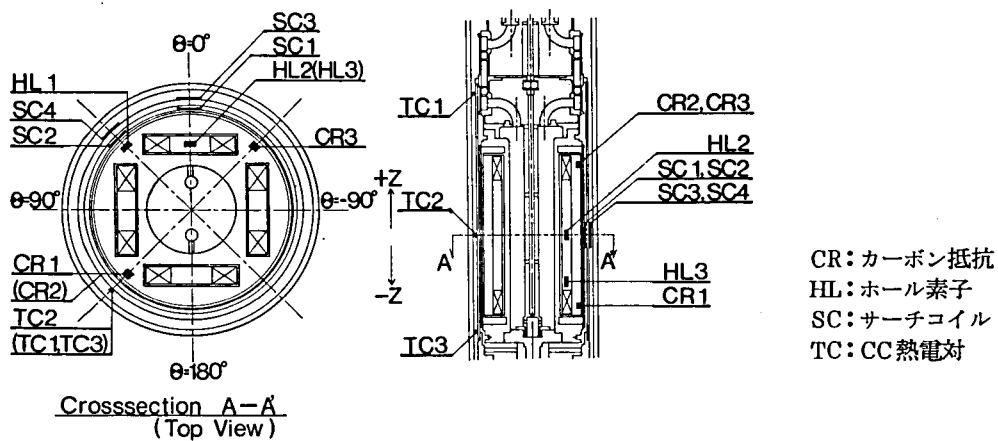


図 1-3 (b) 回転子断面図

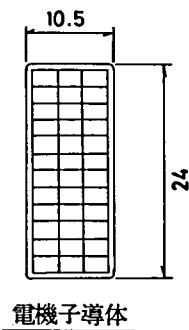
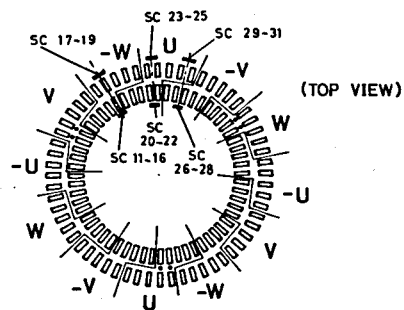
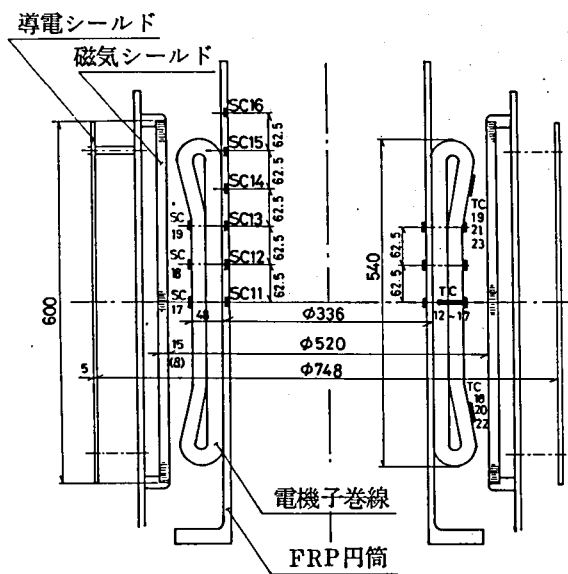


図 1-3 (c) 固定子断面図

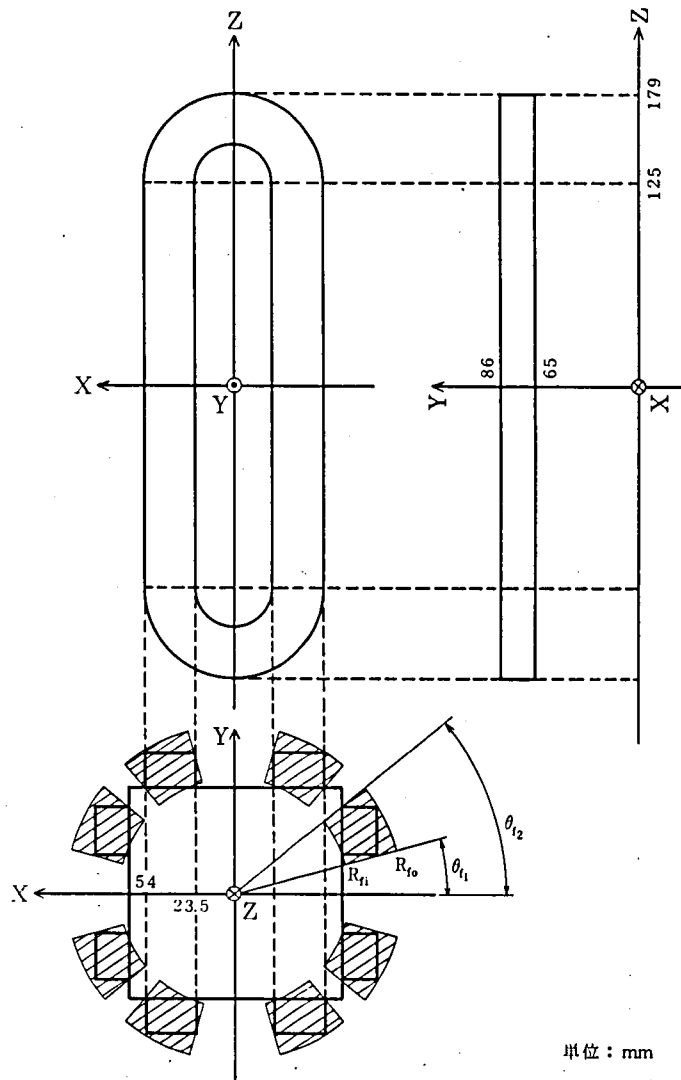


図 1-4 20kVA機界磁巻線の形状と解析モデル

とおいたものになる。

低温ダンパは厚さ 5 mm の純銅円筒，常温ダンパは厚さ 6 mm で，リン脱酸銅の円筒である。

電機子巻線は図 1-5 に示す様に，3 相星形結線で，2 層重ね巻，分布巻，短節巻である。毎極毎相のスロット数は  $5 (= 60 / 3 / 4)$  である。巻線分布係数  $f_{wn}$ ，巻線短節係数  $f_{sn}$  ( $n$ ：高調波次数) は

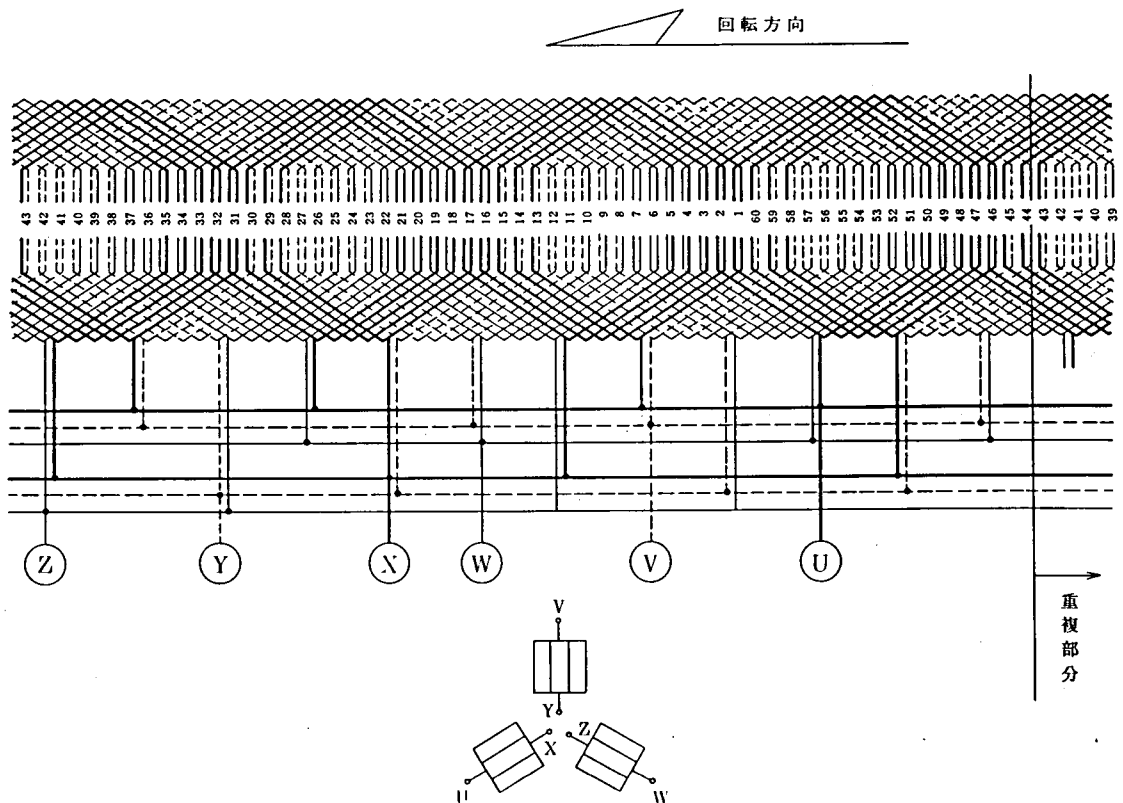


図 1-5 20 kVA 機の電機子巻線図

$$f_{wn} = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{6}\right)}{5 \sin\left(\frac{n\pi}{30}\right)} \quad \left. \vphantom{f_{wn}} \right\} (1.7)$$

$$f_{sn} = \sin\left(\frac{2}{5} n \pi\right) \quad (\text{コイルピッチ } 12/15)$$

で与えられる。

外部機械シールドは、磁気シールド（積層けい素鋼板）と導電シールド（アルミニウム）が併用できる構造になっている。なお磁気シールドは厚さと軸方向長が異なる三種類が用意されている。本論文で理論値と測定値を比較する場合は特に断わらない限り厚さ 15 mm，長さ 600 mm のものを用いた場合の値を用いる。

表 1-2 に 20 kVA 実験機の構造パラメータをまとめて示した。

表 1 - 2 20 kVA 実験機の構造パラメータ

回転子	全 長	2681 mm		
	最大外径	293 mm $\phi$		
	軸受間距離	1150 mm		
界磁巻線	直線部長	250 mm		
	全 長	358 mm		
	超電導線材	NbTi 1.1 mm $\phi$		
	巻 数	1820		
電磁子巻線	内 径	336 mm $\phi$		
	外 径	432 mm $\phi$		
	直線部長	250 mm		
	全 長	600 mm		
	素 線	GLB1 ( ガラス被覆線 )		
	素線寸法	(裸) $2.7 \times 1.5 \text{ mm}^2$		
	全溝数	60		
	毎溝導体数	$2 \times 12$		
	直列コイル数	60		
	相結線	$4 \times Y$		
	コイルピッチ	#1 ~ #13		
低温ダンパ	外 径	251 mm $\phi$		
	厚 さ	5 mm		
	全 長	568 mm		
	材 料	TCuPC - 1/2 H		
常温ダンパ	外 径	293 mm $\phi$		
	厚 さ	6 mm		
	全 長	513 mm		
	材 料	リン脱酸銅		
鉄シールド		L600 t 15	L250 t 15	L600 t 8
	内 径	520	520	520 mm $\phi$
	外 径	550	550	536 mm $\phi$
	全 長	600	250	600 mm
	材 料	S18 t 0.5 mm		
アルミシールド	外 径	758 mm $\phi$		
	厚 さ	5 mm		
	全 長	600 mm		
	材 料	A5052 - H34		

### 1.3 二次元解析によるベクトル・ポテンシャルの理論式

#### 1.3.1 基本方程式

一般に電気機器の電磁界解析はマクスウェルの電磁界方程式を解くことにより行なわれる。同期機で取り扱う程度の周波数では、変位電流の項 ( $\partial D / \partial t$ ) は無視できるので、マクスウェルの方程式は以下の様になる。

$$\text{rot } H = J \quad (1.8)$$

$$\text{rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.9)$$

ここで、 $H$  は磁界、 $J$  は電流密度、 $E$  は電界、 $B$  は磁束密度である。また、透磁率を  $\mu$ 、導電率を  $\sigma$  とすると、

$$B = \mu H \quad (1.10)$$

$$J = \sigma E \quad (1.11)$$

が成立する。

次にベクトル・ポテンシャル  $A$  を次式で定義する。

$$B = \text{rot } A \quad (1.12)$$

$$\text{div } A = 0 \quad (1.13)$$

(1.8), (1.12), (1.13) 式より、ベクトル・ポテンシャル  $A$  に関して、

$$\nabla^2 A = -\mu J \quad (1.14)$$

が得られる。これが巻線部分の基本方程式である。

次に、うず電流が流れる部分 (ダンパ円筒) では、(1.9), (1.11), (1.12) 式から、

$$J = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.15)$$

が得られるので、

$$\nabla^2 A = \mu \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.16)$$



が基本方程式となる。

本論文では、発電機の軸方向には一様 ( $\partial/\partial z = 0$ ) とし、電流密度は軸方向成分のみを持つとして、 $(r, \theta)$  平面における二次元解析を行なう。従って、ベクトル・ポテンシャルも、図1-2で示した円筒座標系において  $A = (0, 0, A)$  の様に軸方向成分のみを持つ。

従って、(1・14)、(1・16)式は、

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = \begin{cases} 0 & (\text{空隙部}) \\ -\mu_0 I_\xi & (\text{巻線部 } \xi = a, b, c, f) \\ \mu_0 \sigma_k \frac{\partial A}{\partial t} & (\text{ダンパー部 } k = 1, 2) \end{cases} \quad (1 \cdot 17)$$

と表わされる。ここで超電導発電機の巻線部、ダンパー部の材質は非磁性材料なのでその透磁率は、真空の透磁率  $\mu_0$  とし、ダンパー円筒の導電率を  $\sigma_1$  (低温ダンパ)、 $\sigma_2$  (常温ダンパ) とした。また巻線部にはうず電流は流れないものとした。

(1・17)式が電磁界解析の基本式となる。これは、線型微分方程式なので重ね合わせの理を用いて解くことができる。即ち、電機子 a, b, c 相、界磁巻線がつくるベクトル・ポテンシャルを各々独立に求めればよい。

### 1.3.2 一般解と境界条件

まず、電機子巻線 a 相がつくるベクトル・ポテンシャルを考える。(1・17)式の解を時間に関してラプラス変換、空間に関しては変数分離によって求める。

a 相巻線の電流密度は(1・3)式で与えた様に周方向にフーリエ級数展開される。従って、そのラプラス変換は、

$$I_a(\phi, s) = \sum_{n: \text{奇}} I_{an}(s) \sin(np\phi) \quad (1 \cdot 18)$$

の様にフーリエ級数展開される。ここで、 $s$  は複素変数であり、 $I_{an}(s)$  は、

$$I_{an}(s) = 4 N_a \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{np\theta_a}{2} I_a(s) \quad (1 \cdot 19)$$

である。これから、 $I_a(s)$  がつくるベクトル・ポテンシャルは、

$$A_a(r, \phi, s) = \sum_{n: \text{奇}} A_{an}(r, s) I_{an}(s) \sin(np\phi) \quad (1 \cdot 20)$$

となる。

(1・18)～(1・20)式を(1・17)式に代入すると、各々の高調波成分について、

$$\frac{d^2 A_{an}(r, s)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d A_{an}(r, s)}{dr} - \left(\frac{np}{r}\right)^2 A_{an}(r, s) = \begin{cases} 0 & (\text{空隙部, 界磁巻線部}) \\ -\mu_0 & (\text{電機子巻線部}) \\ \mu_0 \sigma_k s A_{an}(r, s) & (\text{ダンパー部, } k=1, 2) \end{cases} \quad (1 \cdot 21)$$

が得られる。(1・21)式の第一式は Euler の微分方程式、第二式は Euler の微分方程式の非同次形、第三式は変形された Bessel の微分方程式と呼ばれる。第一式と第三式の一般解は各々、

$$A_{an}(r, s) = \begin{cases} C_n r^{np} + D_n r^{-np} \\ C_n I_{np}(\alpha_k r) + D_n K_{np}(\alpha_k r) \end{cases} \quad (1 \cdot 22)$$

で与えられる。ここで  $I_\nu(z)$ ,  $K_\nu(z)$  は各々  $\nu$  次の第 1, 2 種の変形ベッセル関数である。また  $\alpha_k = \sqrt{\mu_0 \sigma_k s}$ ,  $k=1, 2$  である。

(1・21)式の第二式の一般解は、(1・21)式の第一式の一般解+第二式の特解という形で与えられる。第二式の特解は、 $np \neq 2$  の場合は、

$$A_{an}(r, s) = \frac{\mu_0 r^2}{(np)^2 - 4} \quad (np \neq 2) \quad (1 \cdot 23)$$

と与えられる。ここで(1・23)式に(1・21)式の一般解である  $r^{np}$ ,  $r^{-np}$  の定数倍を加えて、

$$A_{an}(r, s) = \frac{\mu_0}{2np} \left( \frac{r^{np} - r^2}{-np + 2} + \frac{r^2 - r^{-np}}{np + 2} \right) \quad (1 \cdot 23)'$$

とする。(1・23)'式は  $np \rightarrow 2$  の時

$$A_{an}(r, s) = \frac{\mu_0}{4} \left( -r^2 \ln r + \frac{r^2 - r^{-2}}{4} \right) \quad (1 \cdot 23)''$$

となり、(1・23)''式は  $np=2$  の場合の(1・21)式第二式を満たす。従って、 $np=2$  の時

$$\frac{r^{np} - r^2}{-np + 2} = -r^2 \ln r \text{ とすれば、(1・23)'式は } np \text{ の値にかかわらず(1・21)式の第二式の}$$

特解である。

以上より、(1・21)式の一般解は次の様にまとめられる。

$$A_{an}(r, s) = \begin{cases} C_{ln} r^{np} + D_{ln} r^{-np} & (\text{空隙部, 界磁巻線部: } l = 1, 3, 5, 7) \\ C_{ln} r^{np} + D_{ln} r^{-np} + \frac{\mu_0}{2np} \left( \frac{1-r^{-np+2}}{-np+2} r^{np} - \frac{1-r^{np+2}}{np+2} r^{-np} \right) & (\text{電機子巻線: } l = 6) \\ C_{ln} I_{np}(\alpha_k r) + D_{ln} K_{np}(\alpha_k r) & (\text{ダンパー部: } k = 1, 2, l = 2, 4) \end{cases} \quad (1 \cdot 24)$$

但し、 $np=2$ の時は、 $\frac{1-r^{-np+2}}{-np+2} \rightarrow -\ln r$  とする。

積分定数  $C_{ln}$ ,  $D_{ln}$  ( $l=1 \sim 7$ ) は、図1-2の各境界における境界条件から以下の様に定められる。(  $l=1$  が領域Ⅰ, Ⅱ, Ⅲに,  $l=2$  が領域Ⅳに, …… ,  $l=7$  が領域Ⅷに各々対応する。)

1°  $r=0$  : ベクトル・ポテンシャルが有限の値を取るために,  $D_{1n}=0$

2°  $r=R_{3i}$  (外部機械シールドの内表面) : 外部機械シールドが磁気シールドの時,  $\mu=\infty$  として, 磁界の周方向成分が0, 導電シールドの時,  $\sigma=\infty$  として磁束密度の半径方向成分が0より,  $C_{7n} = \pm R_{3i}^{-2np} D_{3n}$  (複号は+が磁気シールド, -が導電シールドの場合をそれぞれ示す。以下特に断わらない限り複号はこの意味で用いる。)

3° その他の境界,  $r=R_{1i}, R_{1o}, R_{2i}, R_{2o}, R_{ai}, R_{ao}$  : 磁束密度の半径方向成分と磁界の周方向成分が共に連続であることが境界条件である。

$$\text{従って, } F_n(r) = \begin{bmatrix} r^{np} & r^{-np} \\ npr^{np} & -npr^{-np} \end{bmatrix}, \quad G_n(z) = \begin{bmatrix} I_{np}(z) & K_{np}(z) \\ z I'_{np}(z) & z K'_{np}(z) \end{bmatrix} \quad \text{を用い}$$

ると, (但し,  $I'_n(z), K'_n(z)$  は, 各々  $I_n(z), K_n(z)$  の  $z$  に関する導関数である。)

$$\left. \begin{aligned} r=0 & \quad D_{1n}=0 \\ r=R_{1i} & \quad F_n(R_{1i}) \begin{bmatrix} C_{1n} \\ 0 \end{bmatrix} = G_n(\alpha_1 R_{1i}) \begin{bmatrix} C_{2n} \\ D_{2n} \end{bmatrix} \\ r=R_{1o} & \quad G_n(\alpha_1 R_{1o}) \begin{bmatrix} C_{2n} \\ D_{2n} \end{bmatrix} = F_n(R_{1o}) \begin{bmatrix} C_{3n} \\ D_{3n} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 25)$$

$$\left. \begin{aligned}
r=R_{2i} \quad F_n(R_{2i}) \begin{bmatrix} C_{3n} \\ D_{3n} \end{bmatrix} &= G_n(\alpha_2 R_{2i}) \begin{bmatrix} C_{4n} \\ D_{4n} \end{bmatrix} \\
r=R_{2o} \quad G_n(\alpha_2 R_{2o}) \begin{bmatrix} C_{4n} \\ D_{4n} \end{bmatrix} &= F_n(R_{2o}) \begin{bmatrix} C_{5n} \\ D_{5n} \end{bmatrix} \\
r=R_{ai} \quad F_n(R_{ai}) \begin{bmatrix} C_{5n} \\ D_{5n} \end{bmatrix} &= F_n(R_{ai}) \begin{bmatrix} C_{6n} \\ D_{6n} \end{bmatrix} + K_n(R_{ai}) \\
r=R_{ao} \quad F_n(R_{ao}) \begin{bmatrix} C_{6n} \\ D_{6n} \end{bmatrix} + K_n(R_{ao}) &= F_n(R_{ao}) \begin{bmatrix} C_{7n} \\ D_{7n} \end{bmatrix} \\
r=R_{3i} \quad C_{7n} &= \pm R_{3i}^{-2np} D_{7n}
\end{aligned} \right\} (1 \cdot 25)$$

$$\text{但し } K_n(r) = \frac{\mu_0}{2np} \left[ \begin{aligned} &\frac{r^{np} - r^2}{-np+2} + \frac{r^2 - r^{-np}}{np+2} \\ &2 \frac{r^{np} - r^2}{-np+2} - r^{np} + \frac{2r^2 + np^{-np}}{np+2} \end{aligned} \right]$$

が、積分定数が満たすべき式である。

次に電機子巻線 b, c 相電流がつくるベクトル・ポテンシャル  $A_b(r, \phi, s)$ ,  $A_c(r, \phi, s)$  の一般解と境界条件を考える。一般解については、電流密度の周方向分布が電気角で  $(2/3)n\pi$  ずつの位相差を持つが、それ以外の点では a 相の場合と全く同じである。従って、ベクトル・ポテンシャルは、

$$\left. \begin{aligned}
A_b(r, \phi, s) &= \sum_{n:\text{奇}} A_{bn}(r, s) I_{bn}(s) \sin \left\{ n \left( p\phi - \frac{2}{3}\pi \right) \right\} \\
A_c(r, \phi, s) &= \sum_{n:\text{奇}} A_{cn}(r, s) I_{cn}(s) \sin \left\{ n \left( p\phi + \frac{2}{3}\pi \right) \right\}
\end{aligned} \right\} (1 \cdot 26)$$

とフーリエ級数展開され、一般解は、

$$A_{bn}(r, s) = A_{cn}(r, s) = A_{an}(r, s) \quad (1 \cdot 27)$$

である。そして境界条件も  $1^\circ \sim 3^\circ$  であり、積分定数  $C_{ln}, D_{ln} (l=1, 7)$  は a 相の場合と同じである。

最後に界磁巻線電流がつくるベクトル・ポテンシャル  $A_f(r, \phi, s)$  について考える。電機子巻線の場合と同様に、

$$A_f(r, \phi, s) = \sum_{n: \text{奇}} A_{fn}(r, s) I_{fn}(s) \sin(np\phi) \quad (1 \cdot 28)$$

と周方向にフーリエ級数展開されるので、一般解は、

$$A_{fn}(r, s) = \begin{cases} C_{ln} r^{np} + D_{ln} r^{-np} & (\text{空隙部, 電機子巻線部 } l = 1, 3, 5, 7) \\ C_{ln} r^{np} + D_{ln} r^{-np} + \frac{\mu_0}{2np} \left( \frac{1 - r^{-np+2}}{-np+2} r^{np} + \frac{1 - r^{np+2}}{np+2} r^{-np} \right) & (\text{界磁巻線部 } l = 2) \\ C_{ln} I_{np}(\alpha_k r) + D_{ln} K_{np}(\alpha_k r) & (\text{ダンパー部, } k = 1, 2, l = 4, 6) \end{cases} \quad (1 \cdot 29)$$

である。境界条件は  $1^\circ \sim 3^\circ$  である。この場合、積分定数  $C_{ln}, D_{ln}$  ( $l = 1 \sim 7$ ) が満たす式は、

$$\left. \begin{aligned} r = 0 : & \quad D_{1n} = 0 \\ r = R_{fi} : & \quad F_n(R_{fi}) \begin{bmatrix} C_{1n} \\ 0 \end{bmatrix} = F_n(R_{fi}) \begin{bmatrix} C_{2n} \\ D_{2n} \end{bmatrix} + K_n(R_{fi}) \\ r = R_{fo} : & \quad F_n(R_{fo}) \begin{bmatrix} C_{2n} \\ D_{2n} \end{bmatrix} + K_n(R_{fo}) = F_n(R_{fo}) \begin{bmatrix} C_{3n} \\ D_{3n} \end{bmatrix} \\ r = R_{1i} : & \quad F_n(R_{1i}) \begin{bmatrix} C_{3n} \\ D_{3n} \end{bmatrix} = G_n(\alpha_1 R_{1i}) \begin{bmatrix} C_{4n} \\ D_{4n} \end{bmatrix} \\ r = R_{1o} : & \quad G_n(\alpha_1 R_{1o}) \begin{bmatrix} C_{4n} \\ D_{4n} \end{bmatrix} = F_n(R_{1o}) \begin{bmatrix} C_{5n} \\ D_{5n} \end{bmatrix} \\ r = R_{2i} : & \quad F_n(R_{2i}) \begin{bmatrix} C_{5n} \\ D_{5n} \end{bmatrix} = G_n(\alpha_2 R_{2i}) \begin{bmatrix} C_{6n} \\ D_{6n} \end{bmatrix} \\ r = R_{2o} : & \quad G_n(\alpha_2 R_{2o}) \begin{bmatrix} C_{6n} \\ D_{6n} \end{bmatrix} = F_n(R_{2o}) \begin{bmatrix} C_{7n} \\ D_{7n} \end{bmatrix} \\ r = R_{3i} : & \quad C_{7n} = \pm R_{3i}^{-2np} D_{7n} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 30)$$

となる。

以上から、電機子電流がつくるベクトル・ポテンシャルについては(1・25)式から、界磁電流がつくるベクトル・ポテンシャルについては(1・30)式から、各々の積分定数が求められる。これは解法としては単純であるが、得られた解は変形ベッセル関数を含み、しかも変形ベッセル関数の導関数を含む。従って構造パラメータが解に与える影響を把握することが難しい。それを容易にするために、次節において解の見通しをよくする工夫を行って、ベクトル・ポテンシャルの表式を具体的に求める。

### 1.3.3 電機子電流がつくるベクトル・ポテンシャル

この節では電機子電流がつくるベクトル・ポテンシャルの表式を具体的に求める。そのために、積分定数  $C_{ln}$ ,  $D_{ln}$  ( $l = 1 \sim 7$ ) を(1・25)式から計算する。

まず、(1・25)式から  $C_{2n}$ ,  $D_{2n} \sim C_{6n}$ ,  $D_{6n}$  を消去すると、

$$\left. \begin{aligned} & F_n^{-1}(R_{2o}) G_n(\alpha_2 R_{2o}) G_n^{-1}(\alpha_2 R_{2i}) F_n(\alpha_2 R_{2i}) \cdot \\ & F_n^{-1}(R_{1o}) G_n(\alpha_1 R_{1o}) G_n^{-1}(\alpha_1 R_{1i}) F_n(R_{1i}) \begin{bmatrix} C_{1n} \\ 0 \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \pm R_{3i}^{-2np} \\ 1 \end{bmatrix} D_{7n} - F_n^{-1}(R_{ao}) K_n(R_{ao}) + F_n^{-1}(R_{ai}) K_n(R_{ai}) \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 31)$$

が得られる。ここで、変形ベッセル関数の漸化式<sup>(8)</sup>

$$\left. \begin{aligned} z I'_\nu(z) \pm \nu I_\nu(z) &= z I_{\nu \mp 1}(z) \\ z K'_\nu(z) \pm \nu K_\nu(z) &= -z K_{\nu \mp 1}(z) \quad (\text{複号同順}) \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 32)$$

を用いると、

$$F_n^{-1}(R) G_n(\alpha R) = \frac{1}{2np} \begin{bmatrix} \alpha R^{-np+1} I_{np-1}(\alpha R) & -\alpha R^{-np+1} K_{np-1}(\alpha R) \\ -\alpha R^{np+1} I_{np+1}(\alpha R) & \alpha R^{np+1} K_{np+1}(\alpha R) \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 33)$$

が得られ、変形ベッセル関数の一次導関数が消去される。(1・33)式を用いると、

$$\begin{aligned} & F_n^{-1}(R_2) G_n(\alpha R_2) G_n^{-1}(\alpha_2 R_1) F_n(\alpha R_1) \\ &= \frac{\alpha R_1 \alpha R_2}{2np} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^{np} \left[ \begin{aligned} & I_{np-1}(\alpha R_2) K_{np+1}(\alpha R_1) - K_{np-1}(\alpha R_2) I_{np+1}(\alpha R_1), \\ & -R_2^{2np} \{ I_{np+1}(\alpha R_2) K_{np+1}(\alpha R_1) - K_{np+1}(\alpha R_2) I_{np+1}(\alpha R_1) \}, \\ & R_1^{-2np} \{ I_{np-1}(\alpha R_2) K_{np-1}(\alpha R_1) - K_{np-1}(\alpha R_2) I_{np-1}(\alpha R_1) \} \\ & - \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{2np} \{ I_{np+1}(\alpha R_2) K_{np-1}(\alpha R_1) - K_{np+1}(\alpha R_2) I_{np-1}(\alpha R_1) \} \end{aligned} \right] \quad (1 \cdot 34) \end{aligned}$$

が得られる。ここで、解の見通しを良くするために、

$$O_{\nu_1, \nu_2}(z_1, z_2) = I_{\nu_1}(z_1) K_{\nu_2}(z_2) - (-1)^{\nu_1 - \nu_2} K_{\nu_1}(z_1) I_{\nu_2}(z_2) \quad (1 \cdot 35)$$

という記号を導入すると、(1・34)式は、

$$\begin{aligned} & F_n^{-1}(R_2) G_n(\alpha R_2) G_n^{-1}(\alpha R_1) F_n(\alpha R_1) \\ &= \frac{\alpha R_1 \alpha R_2}{2np} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{np} \left[ \begin{array}{l} O_{np-1, np+1}(\alpha R_2, \alpha R_1), R_1^{-2np} O_{np-1, np-1}(\alpha R_2, \alpha R_1) \\ -R_2^{2np} O_{np+1, np+1}(\alpha R_2, \alpha R_1), -\left( \frac{R_1}{R_2} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(\alpha R_2, \alpha R_1) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (1 \cdot 36)$$

と表わされる。従って、

$$\begin{aligned} & F_n^{-1}(R_{2o}) G_n(\alpha_2 R_{2o}) G_n^{-1}(\alpha_2 R_{2i}) F_n(R_{2i}) F_n^{-1}(R_{1o}) G_n(\alpha_1 R_{1o}) G_n^{-1}(\alpha_1 R_{1i}) F_n(R_{1i}) \\ &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ & \times \left[ \begin{array}{l} O_{np-1, np+1}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 R_{2i}) O_{np-1, np+1}(\alpha_1 R_{1o}, \alpha_1 R_{1i}) \\ -R_{2o}^{2np} \left\{ O_{np+1, np+1}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 R_{2i}) O_{np-1, np+1}(\alpha_1 R_{1o}, \alpha_1 R_{1i}) \right. \\ \quad \left. - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np-1, np-1}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 R_{2i}) O_{np+1, np+1}(\alpha_1 R_{1o}, \alpha_1 R_{1i}), \quad * \right. \\ \quad \left. - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 R_{2i}) O_{np+1, np+1}(\alpha_1 R_{1o}, \alpha_1 R_{1i}) \right\}, \quad * \end{array} \right] \end{aligned} \quad (1 \cdot 37)$$

が得られる。但し、2列目は計算に関係がないので省略した。

次に、 $F_n^{-1}(R) K_n(R)$

$$= \frac{\mu_0}{2np} \left[ \begin{array}{l} \frac{1 - R^{-np+2}}{-np+2} \\ -\frac{1 - R^{np+2}}{np+2} \end{array} \right] \quad (1 \cdot 38)$$

となり、これを用いると、

$$\begin{aligned}
& -F_n^{-1}(R_{ao})K_n(R_{ao}) + F_n^{-1}(R_{ai})K_n(R_{ai}) \\
& = \frac{\mu_0}{2np} \left[ \begin{array}{c} R_{ao}^{-np+2} \frac{1 - \left(\frac{R_{ai}}{R_{ao}}\right)^{-np+2}}{-np+2} \\ -R_{ao}^{np+2} \frac{1 - \left(\frac{R_{ai}}{R_{ao}}\right)^{np+2}}{np+2} \end{array} \right] \quad (1 \cdot 39)
\end{aligned}$$

が、得られる。ここで、簡単のために、

$$\left. \begin{aligned} x_\xi &= \frac{R_{\xi i}}{R_{\xi o}}, \quad \xi = a, f : \text{巻線の外径と内径の比} \\ y_n(x) &= \frac{1 - x^{np+2}}{np+2} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 40)$$

$$\left. \begin{aligned} O_{\nu_1, \nu_2}(k) &= O_{\nu_1, \nu_2}(\alpha_k R_{ko}, \alpha_k R_{ki}), \quad k = 1, 2 \\ R_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\times \left\{ O_{np-1, np+1}(1) O_{np-1, np+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np-1, np-1}(2) \right\} \\ Q_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\times \left\{ O_{np-1, np+1}(1) O_{np+1, np+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np+1, np-1}(2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 41)$$

と定義すると、(1・31)式は、

$$\left[ \begin{array}{c} R_n(s) \\ -R_{2o}^{2np} Q_n(s) \end{array} \right] C_{1n} = \left[ \begin{array}{c} \pm R_{3i}^{-2np} \\ 1 \end{array} \right] D_{7n} + \frac{\mu_0}{2np} \left[ \begin{array}{c} R_{ao}^{-np+2} y_{-n}(x_a) \\ -R_{ao}^{np+2} y_n(x_a) \end{array} \right] \quad (1 \cdot 31)'$$

と書くことができる。これから、

$$C_{1n} = \frac{\mu_0}{2np} R_{ao}^2 \left\{ y_{-n}(x_a) \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n(x_a) \right\} / \left\{ R_n(s) \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} Q_n(s) \right\} \quad (1 \cdot 42)$$



が得られ、以下順次代入することによって、積分定数が全て求められる。その結果得られたベクトル・ポテンシャルの表式を表1-3に示す。表1-3では更に、

$$\left. \begin{aligned} Y_{\xi n} &= y_{-n}(x_{\xi}) \pm \left( \frac{R_{\xi o}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n(x_{\xi}), \quad \xi = a, f \\ U_n(s) &= R_n(s) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} Q_n(s) \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 43)$$

という記号を用いた。

表1-3 a相電機子電流がつくるベクトル・ポテンシャル

領域	$A_{an}(r, s) \quad (A_a = \sum A_{an}(r, s) I_{an}(s) \sin(np\psi))$
I (0 ≤ r ≤ R <sub>1i</sub> ) (界磁)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 y_{an} \left( \frac{r}{R_{ao}} \right)^{np} \frac{1}{U_n(s)}$
IV (R <sub>1i</sub> ≤ r ≤ R <sub>1o</sub> ) (低温ダンパ)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 y_{an} \left( \frac{R_{1i}}{R_{ao}} \right)^{np} \frac{\alpha_1 R_{1i}}{U_n(s)} O_{np, np+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{1i})$
V (R <sub>1o</sub> ≤ r ≤ R <sub>2i</sub> ) (空隙)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 y_{an} \left( \frac{R_{1i}}{R_{ao}} \right)^{np} \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np U_n(s)} \{ O_{np-1, np+1}(1) \left( \frac{r}{R_{1o}} \right)^{np} - O_{np+1, np+1}(1) \left( \frac{R_{1o}}{r} \right)^{np} \}$
VI (R <sub>2i</sub> ≤ r ≤ R <sub>2o</sub> ) (常温ダンパ)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 y_{an} \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{ao} R_{2o}} \right)^{np} \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o} \alpha_2 R_{2i}}{2np U_n(s)} \{ O_{np-1, np+1}(1) \times O_{np, np+1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np, np-1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) \}$
VII (R <sub>2o</sub> ≤ r ≤ R <sub>ai</sub> ) (空隙)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 y_{an} \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{np} \{ R_n(s) \left( \frac{r}{R_{2o}} \right)^{np} - Q_n(s) \left( \frac{R_{2o}}{r} \right)^{np} \} \frac{1}{U_n(s)}$
VIII (R <sub>ai</sub> ≤ r ≤ R <sub>ao</sub> ) (電機子巻線)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 \{ R_n(s) \left\{ y_{-n} \left( \frac{r}{R_{ao}} \right) \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n(x_a) \right\} \left( \frac{r}{R_{ao}} \right)^{np} + y_n \left( \frac{R_{ai}}{r} \right) \left( \frac{r}{R_{ao}} \right)^2 \} - Q_n(s) \times \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2np} \left\{ y_{-n}(x_a) \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n \left( \frac{r}{R_{ao}} \right) \right\} \left( \frac{R_{ao}}{r} \right)^{np} \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_{-n} \left( \frac{R_{ai}}{r} \right) \left( \frac{r}{R_{ao}} \right)^2 \} \} \frac{1}{U_n(s)}$
IX (R <sub>ao</sub> ≤ r ≤ R <sub>3i</sub> ) (空隙)	$\frac{\mu_o}{2np} R_{ao}^2 \left\{ \pm \left( \frac{R_{ao}}{R_{3i}} \right)^{2np} \left( \frac{r}{R_{ao}} \right)^{np} + \left( \frac{R_{ao}}{r} \right)^{np} \right\} \{ R_n(s) y_n(x_a) - Q_n(s) y_{-n}(x_a) \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2np} \} \frac{1}{U_n(s)}$

複号は+が磁気シールド，-が導電シールドの場合を表わす。

### 1.3.4 界磁電流がつくるベクトル・ポテンシャル

界磁電流の場合は、(1・30)式から  $C_{ln}$ ,  $D_{ln}$  ( $l=1 \sim 7$ ) を求めればよい。計算の方法は電機子電流の場合と同様なので、省略し、得られたベクトル・ポテンシャルの表式を表1-4に示す。表1-4では、

$$\begin{aligned} V_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left( \frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\left[ O_{np-1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np+1}(2) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np-1}(2) \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(2) \right\} \right] \quad (1 \cdot 44) \end{aligned}$$

という記号を用いた。

表 1-4 界磁電流がつくるベクトル・ポテンシャル

領域	$A_{fn}(r, s) \quad (A_f = \sum A_{fn}(r, s) I_{fn}(s) \sin(np\phi))$
I ( $0 \leq r \leq R_{fi}$ ) (空隙)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 \{ y_{-n}(x_f) - (\frac{R_{fo}}{R_{li}})^{2np} y_n(x_f) \frac{V_n(s)}{U_n(s)} \} (\frac{r}{R_{fo}})^{np}$
II ( $R_{fi} \leq r \leq R_{fo}$ ) (界磁巻線)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 \{ y_{-n}(\frac{r}{R_{fo}}) (\frac{r}{R_{fo}})^{np} + y_n(\frac{R_{fi}}{r}) (\frac{r}{R_{fo}})^2 - (\frac{R_{fo}}{R_{li}})^{2np} y_n(x_f) (\frac{r}{R_{fo}})^{np} \frac{V_n(s)}{U_n(s)} \}$
III ( $R_{fo} \leq r \leq R_{li}$ ) (空隙)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 y_n(x_f) \{ (\frac{R_{fo}}{r})^{np} - (\frac{R_{fo}}{R_{li}})^{2np} (\frac{r}{R_{fo}})^{np} \frac{V_n(s)}{U_n(s)} \}$
IV ( $R_{li} \leq r \leq R_{lo}$ ) (低温ダンパ)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 y_n(x_f) (\frac{R_{fo} R_{2i}}{R_{lo} R_{2o}})^{np} \alpha_1 R_{lo} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np U_n(s)}$ $\times [O_{np-1, np}(\alpha_1 R_{lo}, \alpha_1 r) \{O_{np-1, np+1}(2) \pm (\frac{R_{2o}}{R_{3i}})^{2np} O_{np+1, np+1}(2)\}$ $- (\frac{R_{lo}}{R_{2i}})^{2np} O_{np+1, np}(\alpha_1 R_{lo}, \alpha_1 r) \{O_{np-1, np-1}(2) \pm (\frac{R_{2o}}{R_{3i}})^{2np} O_{np+1, np-1}(2)\}]$
V ( $R_{lo} \leq r \leq R_{2i}$ ) (空隙)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 y_n(x_f) (\frac{R_{fo}}{R_{2o}})^{np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np U_n(s)} [(\frac{R_{2i}}{r})^{np} \{O_{np-1, np+1}(2) \pm (\frac{R_{2o}}{R_{3i}})^{2np}$ $\times O_{np+1, np+1}(2)\} - (\frac{r}{R_{2i}})^{np} \{O_{np-1, np-1}(2) \pm (\frac{R_{2o}}{R_{3i}})^{2np} O_{np+1, np-1}(2)\}]$
VI ( $R_{2i} \leq r \leq R_{2o}$ ) (常温ダンパ)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 y_n(x_f) (\frac{R_{fo}}{R_{2o}})^{np} \frac{\alpha_2 R_{2o}}{U_n(s)}$ $\times \{O_{np-1, np}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 r) \pm (\frac{R_{2o}}{R_{3i}})^{2np} O_{np+1, np}(\alpha_2 R_{2o}, \alpha_2 r)\}$
VII, VIII, IX ( $R_{2o} \leq r \leq R_{3i}$ ) (電機子)	$\frac{\mu_0}{2np} R_{fo}^2 y_n(x_f) \{ (\frac{R_{fo}}{r})^{np} \pm (\frac{R_{fo}}{R_{3i}})^{2np} (\frac{r}{R_{fo}})^{np} \} \frac{1}{U_n(s)}$

複号は+が磁気シールド，-が導電シールドの場合を表わす。

#### 1.4 変形ベッセル関数の性質

この節では、前節で定義した変形ベッセル関数の関数である  $O_{np, np\pm 1}(\alpha r, \alpha R)$ ，  
 $O_{np\pm 1, np\pm 1}(k)$ ， $k=1, 2$  の近似式を  $|s|$  に応じて4通りに場合分けして導出する。

##### 1.4.1 変形ベッセル関数 $I_n(z)$ 、 $K_n(z)$ の近似式： $|z| \ll 1$ の場合

この場合は、 $|\alpha_k|$  (即ち  $|s|$ ) が小さくダンパ円筒に渦電流がほとんど流れない場合に対応する。

第1，2種の変形ベッセル関数  $I_\nu(z)$ ， $K_\nu(z)$  は次の様に定義される。<sup>(8)</sup>

$$I_\nu(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2l}}{l! \Gamma(\nu+l+1)} \quad (z \neq \text{負の実数}) \quad (1 \cdot 45)$$

但し、 $\Gamma(z)$  はガンマ関数で、 $n$  が0又は正整数の時  $\Gamma(n+1) = n!$

$$K_\nu(z) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-\nu}(z) - I_\nu(z)}{\sin \nu \pi} \quad (\nu \neq \text{整数}) \quad (1 \cdot 46)$$

$$\begin{aligned}
K_n(z) &= K_{-n}(z) = \frac{(-1)^n}{2} \left[ \frac{\partial I_{-\nu}(z)}{\partial \nu} - \frac{\partial I_{\nu}(z)}{\partial \nu} \right]_{\nu=n} \quad (n=\text{整数}) \\
&= (-1)^{n+1} I_n(z) \left( r + 1n \frac{z}{2} \right) \\
&\quad + \frac{(-1)^n}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{n+2k}}{(n+k)!} \left[ \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} + \sum_{m=1}^{k+n} \frac{1}{m} \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{n-1} (-1)^l \frac{(n-l-1)!}{l!} \left( \frac{2}{z} \right)^{n-2l} \quad (1 \cdot 47)
\end{aligned}$$

但し,  $r = 0.57721 \dots$  : オイラーの定数,  $n=0$  の時は最後の項は 0 とする。

本論文では, 次数  $\nu$  は整数の場合のみ扱うので,  $|z| \ll 1$  の時は  $I_n(z)$  については, (1・45) 式の級数のうち  $l=0$  の項を,  $K_n(z)$  については, (1・47) 式の最後の級数の  $l=0$  の項を, それぞれ取って,  $I_n(z), K_n(z)$  の近似式として,

$$\left. \begin{aligned}
I_n(z) &\cong \frac{(z/2)^n}{\Gamma(n+1)} = \frac{1}{n!} \left( \frac{z}{2} \right)^n \\
K_n(z) &\cong \frac{1}{2} (n-1)! \left( \frac{2}{z} \right)^n
\end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 48)$$

が得られる。

(1・48) 式の近似を行うと,  $|\alpha_k R_{ki}| < |\alpha_k r| < |\alpha_k R_{ko}| \ll 1$  のとき

$$\left. \begin{aligned}
O_{np \mp 1, np \pm 1}(k) &\cong \pm \frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \left( \frac{R_{ko}}{R_{ki}} \right)^{\pm np} \\
O_{np \pm 1, np \pm 1}(k) &\cong \frac{1}{2(np \pm 1)} \left[ \left( \frac{R_{ko}}{R_{ki}} \right)^{np \pm 1} - \left( \frac{R_{ki}}{R_{ko}} \right)^{np \pm 1} \right] \cong 0 \\
O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki}) &\cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \left( \frac{r}{R_{ki}} \right)^{\pm np}
\end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 49)$$

(複号同順,  $k=1, 2$ )

が得られる。従って,  $s \rightarrow 0$  においては, (1・49) 式を (1・41), (1・43), (1・44) 式に代入して,

$$\left. \begin{aligned}
 R_n(s) &\rightarrow 1 \\
 Q_n(s) &\rightarrow 0 \\
 U_n(s) &\rightarrow 1 \\
 V_n(s) &\rightarrow \mp \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2np}
 \end{aligned} \right\} (1 \cdot 50)$$

である。これはダンパ円筒に全くうず電流が流れない状態に対応する。

#### 1.4.2 変形ベッセル関数の近似式： $|z| \gg 1$ の場合

この場合は、 $|\alpha_k|$ （即ち $|s|$ ）が大きくダンパ円筒に渦電流が流れる状態に対応する。

変形ベッセル関数  $I_\nu(z)$ ,  $K_\nu(z)$  は  $|z| \gg 1$  の時、次の様に漸近展開される。<sup>(8)</sup>

$$\left. \begin{aligned}
 I_\nu(z) &\cong \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\nu, k)}{(2z)^k} + \frac{e^{-z+(\nu+\frac{1}{2})\pi j}}{\sqrt{2\pi z}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\nu, k)}{(2z)^k} \\
 &\quad \left( -\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{3}{2}\pi \right) \\
 &\cong \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\nu, k)}{(2z)^k} + \frac{e^{-z-(\nu+\frac{1}{2})\pi j}}{\sqrt{2\pi z}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\nu, k)}{(2z)^k} \\
 &\quad \left( -\frac{3}{2}\pi < \arg z < \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned} \right\} (1 \cdot 51)$$

$$K_\nu(z) \cong \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\nu, k)}{(2z)^k} \quad \left( |\arg z| < \frac{3}{2}\pi \right) \quad (1 \cdot 52)$$

$$\text{但し, } (\nu, k) = \frac{(4\nu^2-1^2)(4\nu^2-3^2)\cdots(4\nu^2-(2k-1)^2)}{k! 2^{2k}} = \frac{\Gamma(\nu+k+\frac{1}{2})}{k! \Gamma(\nu-k+\frac{1}{2})}$$

$$(\nu, 0) = 1 \quad \text{である。}$$

更に、 $|z| \gg 1$  の場合なので、 $z^{-1}$  の項まで考慮することにする。すると、 $I_n(z)$  については(1・51)式の最初の級数の、 $K_n(z)$  については(1・52)式の級数の、各々  $k=0, 1$  を取って、 $I_n(z)$ ,  $K_n(z)$  の近似式として、

$$\begin{aligned}
 I_n(z) &\cong \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left( 1 - \frac{4n^2-1}{8z} \right) \\
 K_n(z) &\cong \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left( 1 + \frac{4n^2-1}{8z} \right)
 \end{aligned} \quad (1 \cdot 53)$$

が得られる。

(1・53)式の近似を行うと  $|\alpha_k R_{ko}| > |\alpha_k r| > |\alpha_k R_{ki}| \gg 1$  のとき

$$\left. \begin{aligned} O_{np \mp 1, np \pm 1}(k) &\cong \frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{R_{ko}}} \left[ \pm \cosh(\alpha_k d_k) + \frac{\alpha_k R_{ko}}{2np} \sinh(\alpha_k d_k) \right] \\ O_{np \pm 1, np \pm 1}(k) &\cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{R_{ko}}} \sinh(\alpha_k d_k) \\ O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki}) &\cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{r}} \left[ \cosh\{\alpha_k(r - R_{ki})\} \pm \frac{np \pm \frac{1}{2}}{\alpha_k r} \right. \\ &\quad \left. \times \sinh\{\alpha_k(r - R_{ki})\} \right] \end{aligned} \right\} (1 \cdot 54)$$

(複号同順,  $k = 1, 2$ )

となる。従って、 $s \rightarrow \infty$ のときは、

$$\left. \begin{aligned} O_{np \mp 1, np \pm 1}(k) &= O_{np \pm 1, np \pm 1}(k) \cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{R_{ko}}} \sinh(\alpha_k d_k) \\ O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki}) &\cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{r}} \cosh\{\alpha_k(r - R_{ki})\} \end{aligned} \right\} (1 \cdot 55)$$

複号同順

となる。これは、ダンパ円筒表面のうず電流によって、外部磁界が完全にしゃへいされてダンパ円筒内部に磁界が存在しない場合に対応する。

### 1.4.3 変形ベッセル関数の帯域別近似式

(1・54)式において、 $|\alpha_k(r - R_{ki})| < |\alpha_k d_k| \ll 1$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} O_{np \mp 1, np \pm 1}(k) &\cong \frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{R_{ko}}} \{ \pm 1 + s T_{kn} \} \\ O_{np \pm 1, np \pm 1}(k) &\cong \frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{R_{ko}}} s T_{kn} \\ O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki}) &\cong \frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{r}} \left[ 1 \pm \left( np \pm \frac{1}{2} \right) \frac{r - R_{ki}}{r} \right] \end{aligned} \right\} (1 \cdot 56)$$

(複号同順,  $R_{ki} \leq r \leq R_{ko}$ ,  $k = 1, 2$ )

が得られる。ここで、

$$T_{kn} = \frac{\mu_0 \sigma_k R_{ko} d_k}{2np}, \quad k = 1, 2 \quad (1 \cdot 57)$$

という記号を用いた。  $T_{kn}$  は空間  $n$  次高調波に対するダンパ円筒固有の拡散時定数である。

(1・56)式の第3式の  $O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki})$  は表1-3, 1-4のダンパ円筒領域のベクトル・ポテンシャルの表式中に表われている。超電導発電機では, 1.2.1で述べた様に,  $d_k \ll R_k$  なので, (1・56)式で  $O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki})$  は  $r$  (半径方向位置) にほぼ関係なく一定である。これは, ダンパ円筒にうず電流が, 半径方向には一様に分布して流れている状態に対応する。

以上で得られた(1・49), (1・54)~(1・56)式において,  $np \cdot \alpha_k / R_k \ll 1$  が成り立つとすると(即ち, 超電導発電機では  $p=1, 2$  程度なので,  $n$  が余り大きくない範囲では)  $O_{np \pm 1, np \pm 1}(k)$ ,  $O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki})$  は, 表1-5の様に4つの領域に分けて近似される。

表1-5 変形ベッセル関数の近似表現式

	① $ \alpha_k d_k  \ll  \alpha_k R_k  \ll 1$	② $ \alpha_k d_k  \ll 1 \ll  \alpha_k R_k $	③ $1 \ll  \alpha_k R_k $	④ $1 \ll  \alpha_k d_k  \ll  \alpha_k R_k $
$O_{np \pm 1, np \pm 1}(k)$	$\pm \frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}}$	$\frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \times (\pm 1 \cdot s T_{kn})$	$\frac{2np}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}} \{ \pm \cosh(\alpha_k d_k) + \frac{\alpha_k R_{ko}}{2np} \sinh(\alpha_k d_k) \}$	$\frac{\sinh(\alpha_k d_k)}{\alpha_k R_{ki}}$
$O_{np \pm 1, np \pm 1}(k)$	0	$\frac{2p \cdot s T_{kn}}{\alpha_k R_{ki} \alpha_k R_{ko}}$	$\frac{\sinh(\alpha_k d_k)}{\alpha_k R_{ki}}$	$\frac{\sinh(\alpha_k d_k)}{\alpha_k R_{ki}}$
$O_{np, np \pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki})$	$\frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \left(\frac{r}{R_{ki}}\right)^{np}$		$\frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{r}} \{ \cosh\{\alpha_k(r-R_{ki})\} \pm \frac{np \pm \frac{1}{2}}{\alpha_k r} \sinh\{\alpha_k(r-R_{ki})\} \}$	$\frac{1}{\alpha_k R_{ki}} \sqrt{\frac{R_{ki}}{r}} \cosh\{\alpha_k(r-R_{ki})\}$

複号同順,  $T_{kn} = \mu_0 \sigma_k R_{ko} d_k / 2np$ ,  $\alpha_k = \sqrt{\mu_0 \sigma_k s}$ ,  $k=1, 2$

## 1.5 磁束密度分布

1.3.3, 1.3.4節で求めたベクトル・ポテンシャルから, 磁束密度  $B$  は

$$B = \text{rot } A \quad (1 \cdot 12)$$

により計算される。二次元解析の場合, 界磁電流による磁束密度の半径方向成分, 周方向成分は各々

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial A_f(r, \phi, s)}{\partial \phi} \\ B_\phi &= - \frac{\partial A_f(r, \phi, s)}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 58)$$

である。ここでは周方向の角度は直軸からの角度  $\phi$  とする。

定常運転時の界磁電流による磁束密度分布は, (1・58)式で  $s \rightarrow 0$  とした場合に対応し,

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \sum_{n:\text{奇}} B_{rn}(r) \cos(np\phi) \\ B_\phi &= \sum_{n:\text{奇}} B_{\phi n}(r) \sin(np\phi) \end{aligned} \right\} (1.59)$$

と表わされる。ダンパ円筒に働くトルク，半径方向応力の計算（第5章）に必要となる領域Ⅳ（低温ダンパ），Ⅵ（常温ダンパ）の  $B_{rn}(r)$ ， $B_{\phi n}(r)$  は表1-5，(1.58)，(1.50)式を用いて計算すると，

$$\left. \begin{aligned} B_{rn}(r) &= \frac{1}{2} \mu_0 I_{fn} R_{fo}^2 y_n(x_f) \frac{1}{r} \left\{ \left( \frac{R_{fo}}{r} \right)^{np} \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2np} \left( \frac{r}{R_{fo}} \right)^{np} \right\} \\ B_{\phi n}(r) &= -\frac{1}{2} \mu_0 I_{fn} R_{fo}^2 y_n(x_f) \frac{1}{r} \left\{ -\left( \frac{R_{fo}}{r} \right)^{np} \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2np} \left( \frac{r}{R_{fo}} \right)^{np} \right\} \end{aligned} \right\} (1.60)$$

但し， $I_{fn} = 4 N_f I_f \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{np\theta_f}{2}$  : 界磁電流密度  $n$  次高調波成分となる。

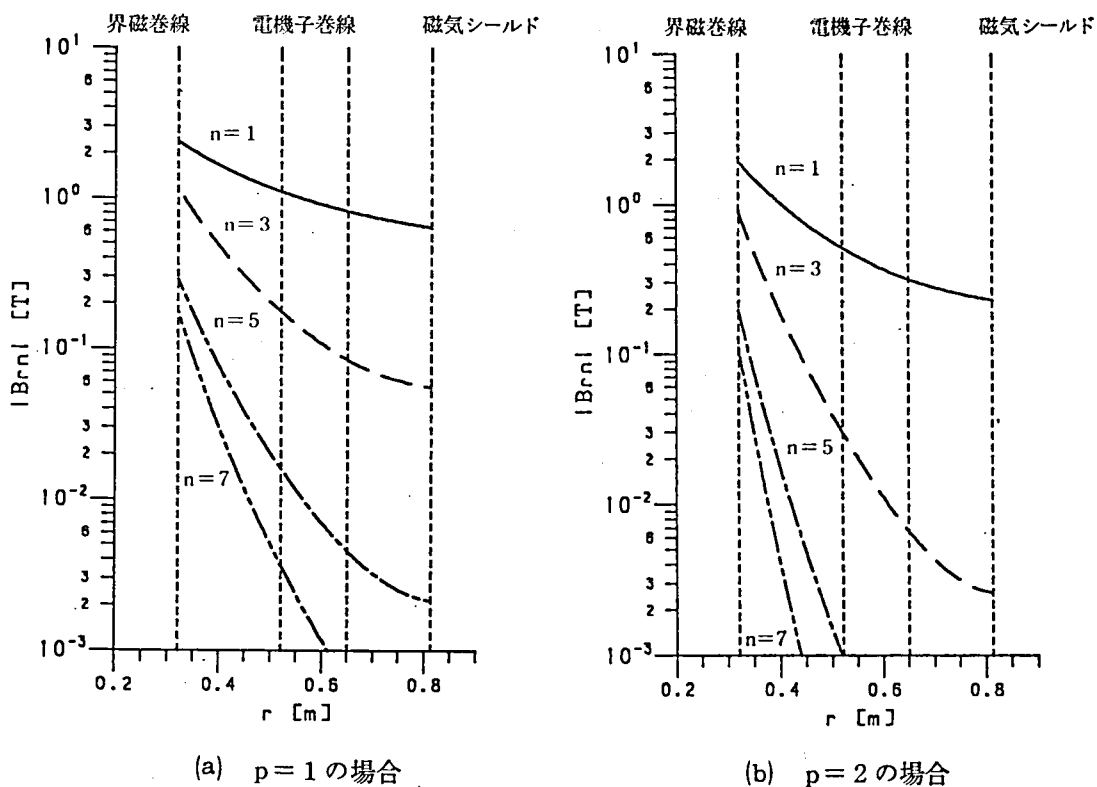


図1-6  $|B_{rn}|$  の高調波成分の半径方向分布の例

高調波成分の大きさを見るために、 $p=1,2$ の場合の  $|B_{rn}(r)|$  を  $r$  に対して描いたのが図1-6である。図1-6では、 $\Delta N_f I_f = 1.0 \times 10^8 [A/m^2]$ 、 $x_f = 0.8$ 、 $R_{fo}/R_{3i} = 0.4$ 、 $p\theta_f = \pi/3$ 、 $R_{fo} = 0.32$  m、 $R_{ai} = 0.52$  mとして計算した\*。図1-6を見ると  $r > R_{fo}$  では  $|B_{rn}(r)|$  ( $n \geq 3$ ) は急激に減少する。この例では、 $r = R_{ai}$  において、(a)  $p=1$  の場合、空間基本波成分に対して、3次の高調波成分は15.8%、5次成分は1.43%、(b)  $p=2$  の場合、3次成分が5.75%、5次成分が0.187%である。この磁界による電機子巻線の誘導起電力（即ち、界磁巻線と電機子巻線の相互インダクタンス）に対しては、巻線係数の影響により空間高調波成分の割合は更に小さくなる。

20 kVA 実験機では界磁巻線はレーストラック型である。それをくらの型で解析することの妥当性を検証するために測定値と計算値の比較を行った。外部機械シールドが無い場合 ( $R_{3i} \rightarrow \infty$ ) の20 kVA機の磁束密度半径方向成分の計算結果 ( $I_f = 100$  A の時) を図1-7に示す。図中○印が軸方向中心 ( $z=0$ ) における測定結果である。両者は良く一致しており、界磁巻線の解析モデルの仮定が妥当であることを示している。

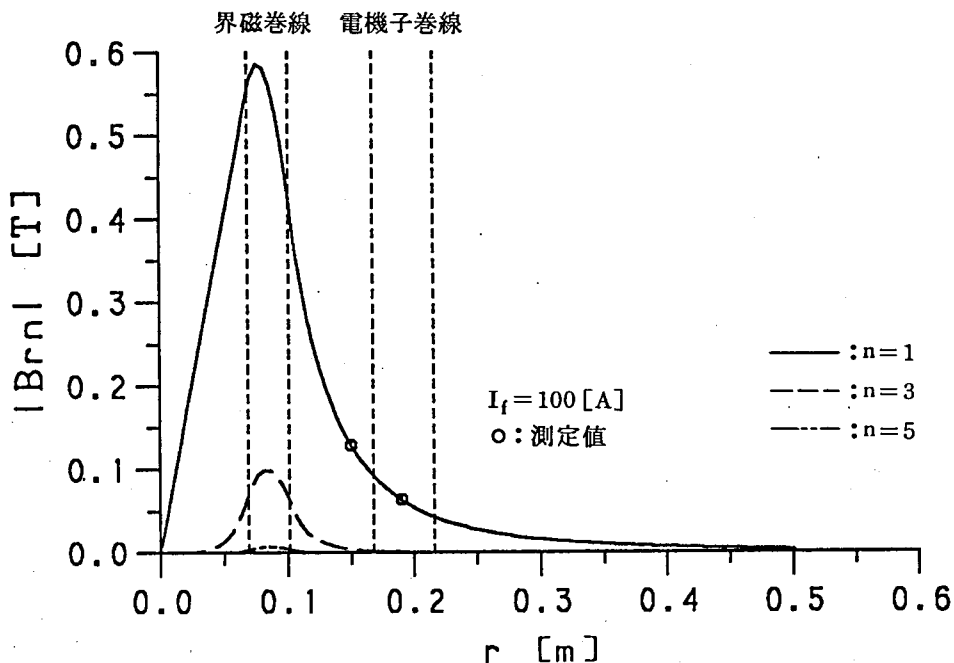


図1-7 20 kVA機の磁束密度分布（外部機械シールドなしの場合）

\*) これらの数値については、4.6節の数値例参照。



## 1.6 むすび

本章では二次元モデルを用いて、超電導発電機の電磁界解析を行った。その結果、

- i) 電機子電流、界磁電流がつくるベクトル・ポテンシャルの理論式を導出した。得られた式は、二重のダンパ円筒のうず電流効果のために変形ベッセル関数及びその一次導関数を含むが、変形ベッセル関数の漸化公式を利用して一次導関数を消去し、比較的通じのよい理論式を導くことができた。
- ii) 理論式に変形ベッセル関数のような特殊関数が含まれると、周波数応答や過渡応答を求める際に数値計算によらざるを得ない。従って、パラメータの影響を明確に把握することが困難であった。本章では、第2章以降の解析の準備として変形ベッセル関数の性質に着目して、ベクトル・ポテンシャルの理論式中の変形ベッセル関数に対して、帯域別の近似式を与えた。
- iii) 界磁巻線の解析モデルの妥当性の検証のために、界磁電流による定常磁界について、20 kVA 機の測定値と計算値を比較し、両者が良く一致することを確認した。

## 第2章 超電導発電機のオペレーショナル・インピーダンス<sup>(6),(9)</sup>

### 2.1 まえがき

同期発電機の解析にあたっては、通常、三相の電機子巻線を持つ同期機を、二反作用理論によって、 $d-q-0$ 座標変換し直軸巻線と横軸巻線の二巻線を持つ同期機として取り扱う。その理由は、三相の電機子巻線については、電圧方程式が回転のために変係数の微分方程式になるのに対し、 $d-q-0$ 座標変換を行うと、電圧方程式がパークの基本式と呼ばれる解析に適した定数係数の微分方程式に変換されるからである。<sup>(10)</sup>  $d-q-0$ 座標変換された巻線電流と鎖交磁束数の間の伝達関数はオペレーショナル・インピーダンスと呼ばれ、同期発電機の電気特性を左右する重要な特性量である。

この章では、第1章で求めたベクトル・ポテンシャルの理論式を用いて、三相の電機子巻線と界磁巻線に鎖交する磁束数を計算する。その結果を $d-q-0$ 座標変換することによって得られる鎖交磁束数と電流の関係式から、超電導発電機の直軸オペレーショナル・インピーダンス $X_d(s)$ と横軸オペレーショナル・インピーダンス $X_q(s)$ の理論式を求める。

得られた理論式は、二重のダンパ円筒のうず電流効果を考慮した厳密なものであるが、変形ベッセル関数を含む。従って、理論式のままでは $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ が $s$ のどのような関数であるか簡単には把握することができない。そこで、第一章で得た変形ベッセル関数の近似式を $s$ の絶対値に応じて適用し、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ が $s$ の有理関数で近似できることを示す。

次に、得られた有理関数近似式における $s$ の係数の関係から超電導発電機の機器定数であるリアクタンス、時定数を構造パラメータの関数として表わす。そしてそれらの関数を用いて、リアクタンス、時定数の回路定数としての意味を明らかにし、それによって $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ の周波数特性を明らかにする。

最後に、20kVA 実験機のオペレーショナル・インピーダンスについて、理論式と近似式を比較し、その精度を確かめる。

### 2.2 オペレーショナル・インピーダンスの理論式の導出

#### 2.2.1 オペレーショナル・インピーダンス

$d-q-0$ 座標における直軸巻線電流 $I_d(s)$ 、横軸巻線電流 $I_q(s)$ と各々の巻線に鎖交する磁束数 $\Psi_d(s)$ 、 $\Psi_q(s)$ との関係式は、

$$\left. \begin{aligned} \Psi_d(s) &= \frac{X_d(s)}{\omega_0} I_d(s) + \frac{G(s)}{\omega_0} E_{fd}(s) \\ \Psi_q(s) &= \frac{X_q(s)}{\omega_0} I_q(s) \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 1)$$

と書くことができる。ここで  $\omega_0$  は定格角周波数であり、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  は各々直軸、横軸のオペレーショナル・インピーダンスと呼ばれる。また、 $E_{fd}(s)$  は界磁電圧、 $G(s)/\omega_0$  は界磁電圧と直軸鎖交磁束数間の伝達関数である。

超電導発電機は、電機子巻線と界磁巻線の間に二重の導電性ダンパ円筒を持つので、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  を求めるにはそれらのうず電流効果を考慮しなければならない。そのために第1章で求めたベクトル・ポテンシャルを用いて、まず a, b, c 三相の電機子巻線と界磁巻線について鎖交磁束数と電流の関係式を導出し、それらの関係式に対して d-q-0 座標変換を行う。

## 2.2.2 鎖交磁束数

まず a 相電機子電流  $I_a(s)$  がつくる磁束が、a 相巻線自身に鎖交する磁束数  $\Psi_{aa}(s)$  を考える。 $\phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int \mathbf{f} d\mathbf{A} l$  から図 2-1 の様な微小面積  $r dr d\phi$  中のコイルに鎖交する磁束数  $\Delta \Psi_{aa}(s)$  は、単位面積あたり、

$$\Delta \Psi_{aa}(s) = \lambda_a \left\{ A_a(r, \phi, s) - A_a\left(r, \phi + \frac{\pi}{p}, s\right) \right\} \Delta N_a = 2\lambda_a \Delta N_a A_a(r, \phi, s)$$

となる。ここで、 $\lambda_a$  は電機子巻線自己インダクタンスに関する有効長\*である。 $\Delta \Psi_{aa}(s)$  を巻線の占める面積にわたって積分し、p 極対分が直列に接続されているとすると、a 相巻線全体の鎖交磁束数は、

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{aa}(s) &= p \int_{R_{ai}}^{R_{ao}} \int_{\frac{\pi}{2p} - \frac{\theta_a}{2}}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{\theta_a}{2}} \Delta \Psi_{aa}(s) r dr d\phi \\ &= L_{aa}(s) I_a(s) \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 2)$$

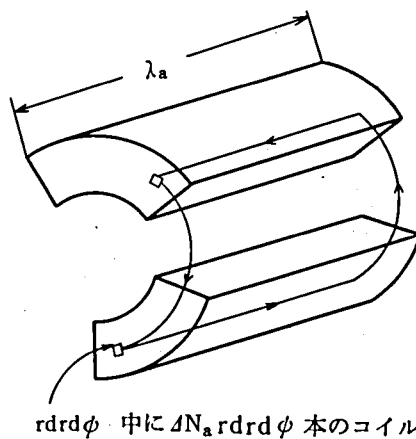


図 2-1 鎖交磁束数計算のための積分路

\*) 二次元解析では、鎖交磁束数の計算は単位長あたりで行なわれるので、軸方向の有効長が必要となる。その値は三次元解析による自己インダクタンスの計算値、又は実験による同期リアクタンスの測定値から得ることができる。

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} L_{aa}(s) &= \sum_{n:\text{奇}} L_{aan}(s) \\ L_{aan}(s) &= \frac{8\mu_0\lambda_a}{np\pi} \left( f_{an} \frac{pN_a}{1-x_a^2} \right)^2 \left\{ Z_{an} - Y_{an}^2 \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2np} \frac{Q_n(s)}{U_n(s)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 3)$$

また、

$$\left. \begin{aligned} f_{\xi n} &= \frac{\sin \frac{np\theta_\xi}{2}}{\frac{np\theta_\xi}{2}} \\ Z_{\xi n} &= \frac{1}{2} \{ y_n(x_\xi) - y_{-n}(x_\xi) x_\xi^{np+2} \} \pm \left( \frac{R_{\xi 0}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n^2(x_\xi), \quad \xi = a, f \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 4)$$

である。ここで  $f_{\xi n}$  は分布係数である。なお電機子巻線が短節巻の場合は、短節係数を  $f_{an}$  に乗じればよい。

a 相電機子巻線がつくる磁束が、b, c 相電機子巻線に鎖交する磁束数  $\Psi_{ab}(s)$ ,  $\Psi_{ac}(s)$  は各々、

$$\Psi_{ab}(s) = p \int_{R_{ai}}^{R_{ao}} \int_{\frac{1}{p} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{\theta_a}{2}}^{\frac{1}{p} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi \right) + \frac{\theta_a}{2}} \Delta \Psi_{aa}(s) \, r dr d\phi$$

$$\Psi_{ac}(s) = p \int_{R_{ai}}^{R_{ao}} \int_{\frac{1}{p} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{\theta_a}{2}}^{\frac{1}{p} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}\pi \right) + \frac{\theta_a}{2}} \Delta \Psi_{aa}(s) \, r dr d\phi$$

を計算することによって得られる。

次に a 相電機子巻線がつくる磁束が界磁巻線に鎖交する磁束数  $\Psi_{af}(s)$  は、

$$\Psi_{af}(s) = p \int_{R_{fi}}^{R_{fo}} \int_{\frac{\pi}{2p} - \frac{\theta_f}{2}}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{\theta_f}{2}} 2 \lambda_{af} \Delta N_f A_a(r, \phi, s) \, r dr d\phi$$

を計算することによって得られる。但し、 $\lambda_{af}$  は電機子巻線と界磁巻線の相互インダクタンスに関する有効長である\*。

\* )  $\lambda_{af}$  は巻線端部形状の違いにより、 $\lambda_a$  とは異なる値を持つ。(2・6)式の  $\lambda_f$  についても同様である。<sup>(5)</sup>

以下同様にして b, c 相電機子電流, 界磁電流がつくる磁束が, 各々の巻線に鎖交する磁束数も計算される。結果をまとめて示すと, 次式の様になる。

$$\begin{bmatrix} \psi_a(s) \\ \psi_b(s) \\ \psi_c(s) \\ \psi_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa}(s) & M_{ab}(s) & M_{ac}(s) & M_{af}(s) \\ M_{ab}(s) & L_{bb}(s) & M_{bc}(s) & M_{bf}(s) \\ M_{ac}(s) & M_{bc}(s) & L_{cc}(s) & M_{cf}(s) \\ M_{af}(s) & M_{bf}(s) & M_{cf}(s) & L_{ff}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_b(s) \\ I_c(s) \\ I_f(s) \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 5)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} L_{bb}(s) &= L_{cc}(s) = L_{aa}(s) \\ M_{ab}(s) &= M_{bc}(s) = M_{ac}(s) = \sum_{n: \text{奇}} L_{aan}(s) \cos(2n\pi/3) \\ M_{af}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos(np\phi_a) \\ M_{afn}(s) &= \frac{8\mu_0 \lambda_{af}}{np\pi} \left( f_{an} \frac{pN_a}{1-x_a^2} \right) \left( f_{fn} \frac{pN_f}{1-x_f^2} \right) Y_{an} y_n(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{np} \frac{1}{U_n(s)} \\ M_{bf}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos \left\{ n \left( p\phi_a - \frac{2}{3}\pi \right) \right\} \\ M_{cf}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos \left\{ n \left( p\phi_a + \frac{2}{3}\pi \right) \right\} \\ L_{ff}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} L_{ffn}(s) \\ L_{ffn}(s) &= \frac{8\mu_0 \lambda_f}{np\pi} \left( f_{fn} \frac{pN_f}{1-x_f^2} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} \{ y_n(x_f) - y_{-n}(x_f) x_f^{np+2} \} \right. \\ &\quad \left. - y_n^2(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{fi}} \right)^{2np} \frac{V_n(s)}{U_n(s)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 6)$$

である。 $\lambda_f$ は界磁巻線自己インダクタンスに関する有効長である。また,  $\phi_a = \phi - \phi$  で,  $\phi_a$ は電機子巻線 a 相軸と直軸の間の機械角である。(2・3), (2・6)式で  $f_{an}$ ,  $f_{fn}$ ,  $Y_{an}$ ,  $y_n(x_f)$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{fn}$  は全て  $n^{-1}$  のオーダーなので,  $L_{aan}(s)$ ,  $L_{ffn}(s)$  は  $n^{-4}$ ,  $M_{afn}(s)$  は  $n^{-5}$  のオーダーである。従って, (2・5)式において高調波成分の割合は小さい。従って, (2・5)式で基本波成分のみ考慮すると鎖交磁束数と巻線電流の関係式は,

$$\begin{bmatrix} \psi_a(s) \\ \psi_b(s) \\ \psi_c(s) \\ \psi_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & L_{aa1}(s) & \\ M_{af1}(s) \cos(p\phi_a) & M_{af1}(s) \cos\left(p\phi_a - \frac{2}{3}\pi\right) & M_{af1}(s) \cos\left(p\phi_a + \frac{2}{3}\pi\right) & \\ M_{af1}(s) \cos(p\phi_a) & * M_{af1}(s) \cos\left(p\phi_a - \frac{2}{3}\pi\right) & M_{af1}(s) \cos\left(p\phi_a + \frac{2}{3}\pi\right) & \\ L_{ff1}(s) & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_b(s) \\ I_c(s) \\ I_f(s) \end{bmatrix} \quad (2.5)'$$

となる。

### 2.2.3 オペレーショナル・インピーダンスの理論式

(2.5)' 式を d-q-0 座標変換式

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{q} \\ \dot{0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos p\phi_a & \cos\left(p\phi_a - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(p\phi_a + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin p\phi_a & \sin\left(p\phi_a - \frac{2}{3}\pi\right) & \sin\left(p\phi_a + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

によって\*, d-q-0 座標系に変換すると,

$$\begin{bmatrix} \psi_d(s) \\ \psi_q(s) \\ \psi_0(s) \\ \psi_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{aa1}(s) & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} M_{af1}(s) \\ 0 & \frac{3}{2} L_{aa1}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 L_{aa3}(s) & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_{af1}(s) & 0 & 0 & L_{ff1}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_q(s) \\ I_0(s) \\ I_f(s) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

が得られる。但し、もれ磁束は考慮していないので、 $\psi_0(s)$  については、(2.5)' 式の基本波成分の寄与はない。従って(2.5)式の3次高調波成分を考慮して、(2.8)式を導出した。

\* ) 本論文では、パークの与えた変換行列<sup>(10)</sup>ではなく、(2.7)式の絶対変換を用いる。

(2・8)式と、界磁回路の電圧方程式のラプラス変換形、

$$E_{fd}(s) = s\psi_f(s) + r_f I_f(s) \quad (2・9)$$

から、(2・1)式で定義される  $X_d(s)$ ,  $X_q(s)$  の理論式は、

$$\left. \begin{aligned} X_d(s) &= \frac{3}{2} \omega_0 \left\{ L_{aa1}(s) - \frac{s M_{af1}^2(s)}{r_f + s L_{ff1}(s)} \right\} \\ X_q(s) &= \frac{3}{2} \omega_0 L_{aa1}(s) \end{aligned} \right\} \quad (2・10)$$

と表わされる。ここで、 $r_f$  はリード抵抗等を含む界磁回路全体の抵抗分である。

## 2.3 オペレーショナル・インピーダンスの有理関数近似

### 2.3.1 有理関数近似式

前節で得られた  $X_d(s)$ ,  $X_q(s)$  の理論式 (2・10), (2・3), (2・6) 式で変形ベッセル関数を含むのは、 $U_1(s)$ ,  $V_1(s)$ ,  $Q_1(s)$  である。まず、これらを表 1-5 の近似式を利用して計算し、それから  $X_d(s)$ ,  $X_q(s)$  の近似理論式を求める。

超電導発電機では、低温ダンパの導電率  $\sigma_1$  は常温ダンパの導電率  $\sigma_2$  に比べて非常に大きい (即ち  $\sigma_1 \gg \sigma_2$ ) ので  $|\alpha_1| > |\alpha_2|$  である。かつ、ダンパ円筒の厚さ  $d_k$  は平均半径  $R_k$  ( $k=1, 2$ ) に比べて非常に小さい。 ( $d_k \ll R_k$ ) 従って表 1-5 の①~④の場合分けを参照すると、 $s$  の絶対値により次の様な場合分けをすることができる。

- ①  $|\alpha_2 d_2| \ll |\alpha_2 R_2| \ll 1$     かつ     $|\alpha_1 d_1| \ll |\alpha_1 R_1| \ll 1$
- ②  $|\alpha_2 d_2| \ll |\alpha_2 R_2| \ll 1$     かつ     $|\alpha_1 d_1| \ll 1 \ll |\alpha_1 R_1|$
- ③  $|\alpha_2 d_2| \ll 1 \ll |\alpha_2 R_2|$     かつ     $1 \ll |\alpha_1 d_1| \ll |\alpha_1 R_1|$
- ④  $1 \ll |\alpha_2 d_2| \ll |\alpha_2 R_2|$     かつ     $1 \ll |\alpha_1 d_1| \ll |\alpha_1 R_1|$

$s = j\omega$  とおくと、 $|\alpha_k| = \sqrt{\omega \mu_0 \sigma_k}$  であり、 $\sqrt{2}/|\alpha_k|$  はダンパ円筒の表皮厚さに等しい。

従って、①~④の分類をダンパ円筒のうず電流の状態で考えると、

- ① うず電流はどちらのダンパにも流れない。
- ② うず電流は常温ダンパには流れず、低温ダンパには一様に流れる。
- ③ うず電流は常温ダンパに一様に流れ、低温ダンパには表面にのみ流れる。
- ④ うず電流はどちらのダンパでも表面にのみ流れる。

この様に場合分けして表 1-5 の  $O_{np\pm 1, np\pm 1}(k)$  ( $k=1, 2$ ) に対する近似式を適用すると、

$U_1(s)$ ,  $V_1(s)$ ,  $Q_1(s)$  は表 2-1 の様の場合分けして近似される。

表 2-1  $U_1(s)$ ,  $V_1(s)$ ,  $Q_1(s)$  の帯域別近似表現式

	①	②	③	④
$U_1(s)$	1	$1 + sT_{11} \{ 1 \pm (\frac{R_{10}}{R_{3i}})^{2p} \}$	$\frac{\alpha_1 R_{10} \sinh(\alpha_1 d_1)}{2p} \{ 1 \pm (\frac{R_{10}}{R_{3i}})^{2p} \}$	$\frac{\alpha_1 R_{10} \sinh(\alpha_1 d_1)}{2p} \{ 1 - (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p} \}$
$V_1(s)$	$\mp (\frac{R_{10}}{R_{3i}})^{2p}$	$\mp (\frac{R_{10}}{R_{3i}})^{2p} + sT_{11} \{ 1 \pm (\frac{R_{10}}{R_{3i}})^{2p} \}$	$+ sT_{21} \{ 1 \pm (\frac{R_{20}}{R_{3i}})^{2p} \} \{ 1 - (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p} \}$	$\times \frac{\alpha_2 R_{20} \sinh(\alpha_2 d_2)}{2p} \{ 1 \pm (\frac{R_{20}}{R_{3i}})^{2p} \}$
$Q_1(s)$	0	$sT_{11} (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p}$	$\frac{\alpha_1 R_{10} \sinh(\alpha_1 d_1)}{2p} \times \{ (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p} + sT_{21} \{ 1 - (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p} \} \}$	$\frac{\alpha_1 R_{10} \sinh(\alpha_1 d_1)}{2p} \{ 1 - (\frac{R_{10}}{R_{2i}})^{2p} \} \times \frac{\alpha_2 R_{20} \sinh(\alpha_2 d_2)}{2p}$

複号は上が磁気シールド、下が導電シールドの場合を表わす。③、④では  $U_1(s) = V_1(s)$  である。

表 2-1 の結果をそれぞれ (2・3), (2・6) 式の  $L_{aal}(s)$ ,  $M_{af1}(s)$ ,  $L_{ff1}(s)$  に代入すると、表 2-2 を得る。

表 2-2  $L_{aal}(s)$ ,  $M_{af1}(s)$ ,  $L_{ff1}(s)$  の帯域別有理関数近似式

	①	②	③	④
$L_{aal}(s)$	$L_{aal}(0)$	$L_{aal}(0) \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''}$	$L_{aal}(0) \frac{T_q''(1+sT_q'')}{T_{q0}''(1+sT_{q0}'')}$	$L_{aal}(0) \frac{T_q''T_q''}{T_{q0}''T_{q0}''}$
$M_{af1}(s)$	$M_{af1}(0)$	$M_{af1}(0) \frac{1}{1+sT_{q0}''}$	0	0
$L_{ff1}(s)$	$L_{ff1}(0)$	$L_{ff1}(0) \frac{1+sT_f''}{1+sT_{q0}''}$	$L_{ff1}(0) \frac{T_f''}{T_{q0}''}$	$L_{ff1}(0) \frac{T_f''}{T_{q0}''}$

但し、表 2-2 では次の様な記号を用いた。

$$L_{\xi \xi n}(0) = \frac{8\mu_0 \lambda_\xi}{np\pi} \left( f_{\xi n} \frac{pN_\xi}{1-x_\xi^2} \right)^2 Z_{\xi n} \quad (\xi = a, f)$$

$$M_{afn}(0) = \frac{8\mu_0 \lambda_{af}}{np\pi} \left( f_{an} \frac{pN_a}{1-x_a^2} \right) \left( f_{fn} \frac{pN_f}{1-x_f^2} \right) Y_{an} Y_n(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{np}$$

$$T_{q0}'' = T_{11} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}$$

$$T_q'' = T_{11} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} - \left( \frac{R_{10}}{R_{ao}} \right)^{2p} \frac{Y_{a1}^2}{Z_{a1}} \right\}$$

$$T_f'' = T_{q0}'' \left[ 1 - \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1i}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left( \frac{R_{fo}}{R_{1i}} \right)^{2p} \frac{y_1^2(x_f)}{Z_{f1}} \right]$$

(2・11)



$$T_{qo}''' = T_{21} \frac{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}$$

$$T_q''' = T_{21} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \frac{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} - \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \frac{Y_{a1}^2}{Z_{a1}} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} - \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \frac{Y_{a1}^2}{Z_{a1}} \right\}}$$

以上の様に変形ベッセル関数の近似計算により得られた表 2-2 から,  $L_{aal}(s)$ ,  $M_{af1}(s)$ ,  $L_{ff1}(s)$  は, 次の様に近似される\*。

$$\left. \begin{aligned} L_{aal}(s) &= L_{aal}(0) \frac{(1+sT_q'')(1+sT_q''')}{(1+sT_{qo}'')(1+sT_{qo}''')} \\ M_{af1}(s) &= M_{af1}(0) \frac{1}{(1+sT_{qo}'')} \\ L_{ff1}(s) &= L_{ff1}(0) \frac{1+sT_f''}{1+sT_{qo}''} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 12)$$

(2・12) 式を (2・10) 式に代入して, 超電導発電機において通常  $L_{ff1}(0)$  が大きく,  $r_f$  は小さいので,  $L_{ff1}(0)/r_f \gg T_{qo}''$  であることを考慮すると,  $X_d(s)$ ,  $X_q(s)$  の有理関数近似式として,

$$\left. \begin{aligned} X_d(s) &= X_d \frac{(1+sT_d')(1+sT_d'')(1+sT_q''')}{(1+sT_{do}')(1+sT_{qo}'')(1+sT_{qo}''')} \\ X_q(s) &= X_d \frac{(1+sT_q'')(1+sT_q''')}{(1+sT_{qo}'')(1+sT_{qo}''')} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 13)$$

が得られる。但し, (2・13) 式では次の様な記号を用いた。

$$\left. \begin{aligned} X_d &= \frac{3}{2} \omega_0 L_{aal}(0) \\ T_{do}' &= \frac{L_{ff1}(0)}{r_f} \\ T_d' &= T_{do}' \left\{ 1 - \frac{M_{af1}^2(0)}{L_{aal}(0) L_{ff1}(0)} \right\} = T_{do}' \left\{ 1 - \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 Y_l^2(x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 14)$$

\*)  $M_{af1}(s)$  については付録 A 参照。

$$T_d'' = \frac{T_q''}{1 - \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 Y_1^2 (x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p}} = T_{qo}'' \frac{1 - \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p}}{1 - \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 Y_1^2 (x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p}}$$

(2・11), (2・14)式において用いた記号は従来の同期発電機における慣用に従ったが, 超電導発電機は二重のダンパ円筒を持つので,  $T_q''$ ,  $T_{qo}''$  という時定数が存在する。

(2・11)式で  $T_{k1} = \mu_0 \sigma_k R_{ko} d_k / 2p$  ( $k = 1, 2$ )は(1・57)式で  $n = 1$  とおいたものである。その値は, 1極あたりのダンパ円筒の断面積と導電率の積に比例する。また  $\pm (R_{ko}/R_{3i})^{2p}$  ( $k = 1, 2$ )は外部機械シールドの影響を表わしており, 外部機械シールド内の磁束密度がシールドが無い場合より磁気シールドの場合(+)は増加し, 導電シールドの場合(-)は減少することに対応している。

(2・11)式の時定数の表現式で  $T_{11}$ ,  $T_{21}$ 以外の構造パラメータは全て半径の比の形になっており, それらの比は巻線, ダンパ, 外部機械シールドの位置関係から大体0.3ないし0.4よりは大きく1よりは小さい。従って,  $T_{qo}'$ ,  $T_q'$ ,  $T_f'$ は $T_{11}$ と同じオーダの値を取り,  $T_{qo}'''$ ,  $T_q'''$ は $T_{21}$ と同じオーダの値を取る。(1・57)式と両ダンパの導電率の違い( $\sigma_1 \gg \sigma_2$ )から  $T_{11} \gg T_{21}$ であることと, (2・11)式から  $T_{qo}'' > T_f''$ ,  $T_{qo}'' > T_q'' \gg T_{qo}''' > T_q'''$ である。

次に(2・14)式から,  $T_{do}'$ と $T_d'$ の値は同じオーダであり, かつ $T_{do}' > T_d'$ である。また,  $T_d''$ と $T_q''$ の値は同じオーダであり, かつ $T_d'' > T_q''$ である。 $T_{qo}''$ と $T_d''$ を比較すると, (2・

14)式で  $\frac{1}{1 \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2p}}$  と  $\frac{\lambda_{af}^2 Y_1^2 (x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{f1}}$  の値は同じオーダと考えられ,\* かつ  $R_{fo}/R_{ao} >$

$R_{fo}/R_{ao}$  であることから  $T_{qo}'' > T_d''$  となる。

以上より(2・13)式中の時定数の大きさには次の様な関係がある。

$$T_{do}' > T_d' \gg T_{qo}'' > T_d'' > T_q'' \gg T_{qo}''' > T_q''' \quad (2 \cdot 15)$$

(2・15)式はオペレーショナル・インピーダンスの周波数特性を決定する重要な関係式である。またこの関係式は第4章で示す様に超電導発電機の過渡特性にも大きく影響する。

---

\*) (1・40), (2・4)式から  $x_f \rightarrow 1$  のとき  $\frac{Y_1^2 (x_f)}{Z_{f1}} \rightarrow \frac{1}{1 \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2p}}$  となる。また  $\frac{\lambda_{af}^2}{\lambda_a \lambda_f}$  の値は1より小さい。<sup>(5)</sup>

### 2.3.2 周波数特性

前節で述べた様に、通常の超電導発電機では(2・13)式中の時定数について(2・15)式の関係が成立つ。従って(2・13)式で  $s = j\omega$  とおいて周波数特性を考えると、 $X_d(j\omega)$ 、 $X_q(j\omega)$  のゲイン特性の概形は図2-2のようになる。

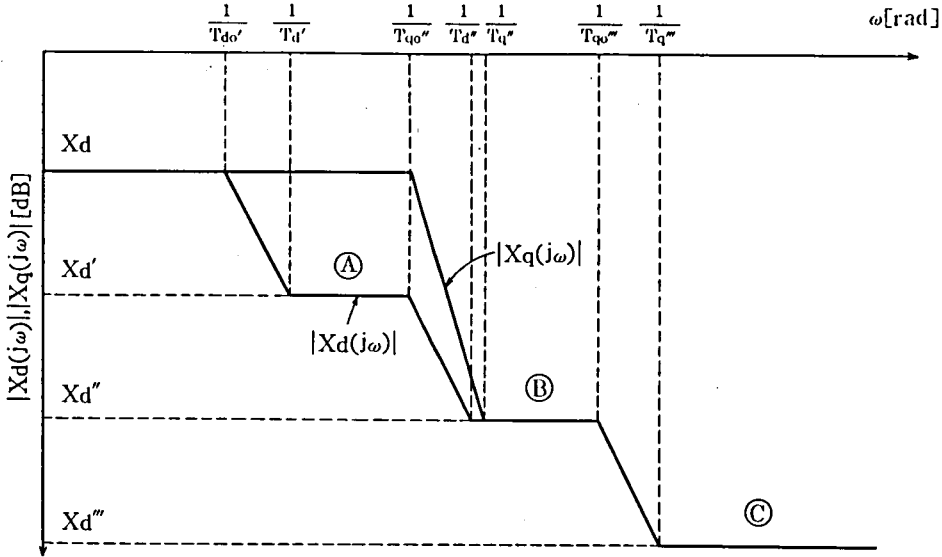


図2-2 オペレーショナル・インピーダンスの周波数特性の概形

図2-2で、 $X_d(j\omega)$ 、 $X_q(j\omega)$  が一定値を取る部分(①, ②, ③)は過渡リアクタンスに対応する。(時間領域における物理的意味は4.2.1節で考察する)従って超電導発電機は次の様に三つの過渡リアクタンスを持つ。

$$\left. \begin{aligned} X_d' &= X_d \frac{T_d'}{T_{d0}'} = X_d \left\{ 1 - \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 y_1^2(x)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p} \right\} \\ X_d'' &= X_q'' = X_d \frac{T_q''}{T_{q0}''} = X_d \left[ 1 - \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{1o}}{R_{ao}} \right)^{2p} \right] \\ X_d''' &= X_q''' = X_d \frac{T_q'' T_q'''}{T_{q0}'' T_{q0}'''} = X_d \left[ 1 - \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2p} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 16)$$

\*)  $\omega = S\omega_0$  ,  $S$ はすべりである。

(2・16)式の右边で,

$$k_{af}^2 = \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 y_1^2(x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p} \left( = \frac{M_{aff1}^2(0)}{L_{aa1}(0) L_{ff1}(0)} \right) \quad (2 \cdot 17)$$

とおくと,  $k_{af}$  は電機子巻線と界磁巻線の結合係数である。従って, (2・16)式第二, 三式で,

$$k_{ak}^2 = \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{ko}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{ko}}{R_{ao}} \right)^{2p}, \quad k = 1, 2 \quad (2 \cdot 18)$$

とおくと,  $k_{a1}$ ,  $k_{a2}$  は各々低温ダンパ, 常温ダンパと電機子巻線の結合係数と考えられる。即ち  $X_d'$ ,  $X_d''$ ,  $X_d'''$  は各々界磁巻線, 低温ダンパ, 常温ダンパと電機子巻線との相互誘導がある時の超電導発電機のリアクタンスである。

(2・17), (2・18)式の結合係数を用いて(2・11)式, (2・14)式の時定数を表わすと, 次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} T_d' &= T_{d0}' (1 - k_{af}^2) \\ T_q'' &= T_{q0}'' (1 - k_{a1}^2) \\ T_d'' &= T_{q0}'' \frac{1 - k_{a1}^2}{1 - k_{af}^2} \\ T_q''' &= T_{q0}''' \frac{1 - k_{a2}^2}{1 - k_{a1}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 19)$$

また,  $T_f''$  は(2・11)式から,

$$\left. \begin{aligned} T_f'' &= T_{q0}'' (1 - k_{f1}^2) \\ k_{f1} &= \frac{y_1^2(x_f)}{Z_{f1}} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1i}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left( \frac{R_{fo}}{R_{1i}} \right)^{2p} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 20)$$

と表わされる。 $k_{f1}$  は界磁巻線と低温ダンパの結合係数と考えられる。

次に,  $T_{q0}''$ ,  $T_{q0}'''$  について考える。ダンパ円筒を周方向に  $2p$  個に分割し, そのうちの2極分をうず電流の径路と考える。(図2-1で  $\theta_a = \pi/p$  に対応) すると, まず低温ダンパの2極分の直列抵抗  $r_1$  は,

$$r_1 = \frac{2p\lambda_1}{\pi R_{10}d_1\sigma_1} \quad (2 \cdot 21)$$

となる。ここで、 $\lambda_1$ は低温ダンパの有効長である。そして、 $T_{q0}'' = L_1/r_1$ とすると、

$$L_1 = \frac{\mu_0\lambda_1}{\pi} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \quad (2 \cdot 22)$$

となる。 $L_1$ は(2・11)式の $L_{f1}(0)$ において、 $f \rightarrow 1$ 、 $R_{10} \rightarrow R_{1i}$  (即ち、 $d_1 \rightarrow 0$ )、 $\theta_1 = \pi/p$ 、 $N_1 = \pi/(2\sqrt{2})$ としたものの $1/p$ に等しく、厚さが薄い場合の低温ダンパ2極分の空間基本波に対する自己インダクタンスと考えられる。常温ダンパについても同様に考えて、2極分の抵抗 $r_2$ と自己インダクタンス $L_2$ は、

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= \frac{2p\lambda_2}{\pi R_{20}d_2\sigma_2} \\ L_2 &= \frac{\mu_0\lambda_2}{\pi} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 23)$$

但し、 $\lambda_2$ ：常温ダンパの有効長

となる。 $r_2$ 、 $L_2$ を用いると $T_{q0}'''$ は次の様に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} T_{q0}''' &= \frac{L_2}{r_2} (1 - k_{12}^2) \\ k_{12}^2 &= \frac{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2i}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \left( \frac{R_{10}}{R_{2i}} \right)^{2p} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 24)$$

$k_{12}$ は低温ダンパと常温ダンパの結合係数と考えられる。

(2・19)～(2・24)式から、電機子巻線から見た場合には、二つのダンパ円筒は各々抵抗とインダクタンスからなる集中定数回路とみなすことができる。即ち、超電導発電機の時定数は、R-L直列回路の時定数として次の様に考えることができる。

#### 界磁回路

$T_{d0}'$ ：他の回路(低温ダンパ、常温ダンパ、電機子回路)を全て開路した場合の時定数

$T_d'$ ：電機子回路のみ閉路した場合の時定数

## 低温ダンパ

$T_{q0}''$  : 他の回路を全て開路した場合の時定数

$T_q''$  : 電機子回路のみ閉路した場合の時定数

$T_f''$  : 界磁回路のみ閉路した場合の時定数

$T_d''$  : 電機子回路と界磁回路を閉路した場合の時定数

## 常温ダンパ

$T_{q0}'''$  : 低温ダンパのみ閉路した場合の時定数

$T_q'''$  : 低温ダンパと電機子回路を閉路した場合の時定数

電機子回路の時定数については 4.2.1 節で取り扱う。

以上より  $X_d(j\omega)$ ,  $X_q(j\omega)$  の周波数特性は帯域別に以下の様を考えることができる。

- (1)  $\omega \ll 1/T_{d0}'$  では  $X_d(j\omega) = X_q(j\omega) = X_d'$  で一定である。これは同期状態に対応する。
- (2)  $\omega \cong 1/T_{d0}'$  になると界磁巻線と直軸巻線の相互誘導の影響が  $X_d(j\omega)$  に現われる。
- (3)  $1/T_d' \ll \omega \ll 1/T_{q0}''$  では  $X_d(j\omega) = X_d'$  で一定である。
- (4)  $\omega \cong 1/T_{q0}''$  になると低温ダンパのうず電流による磁界のしゃへい効果の影響が現われる。
- (5)  $1/T_q'' \ll \omega \ll 1/T_{q0}'''$  では低温ダンパのうず電流によって電機子電流による磁界が完全にしゃへいされ、 $X_d(j\omega) = X_q(j\omega) = X_d''$  で一定値を取る。
- (6)  $\omega \cong 1/T_{q0}'''$  になると、常温ダンパのうず電流による磁界のしゃへい効果が現われる。
- (7)  $1/T_q''' \ll \omega$  では、常温ダンパのうず電流によって電機子電流による磁界が完全にしゃへいされ、 $X_d(j\omega) = X_q(j\omega) = X_d'''$  で一定値を取る。

上記(1)~(7)の帯域と 2.3.1 節(表 2-1, 表 2-2)での①~④の分類は、(1)~(3)↔①, (4)↔②, (5), (6)↔③, (7)↔④の様に対応する。

$X_d(j\omega)$ ,  $X_q(j\omega)$  の周波数応答を 20 kVA 実験機について計算した例を図 2-3 に示す。この場合  $\omega = S\omega_0$  ( $\omega_0 = 2\pi \times 60$ ) としたとき、表 2-1, 2-2 の①~④に対応するすべり  $S$  の範囲は、①  $S < 2.7 \times 10^{-4}$ , ②  $2.7 \times 10^{-4} < S < 0.17$ , ③  $1.9 \times 10^{-3} < S < 1.1$  ④  $S > 1.1$  となる。図中、実線が(2・10)式による理論値、×印が(2・13)式による近似値である。図 2-2 の概形図と比べると(a)のゲイン特性で  $X_d''$  に相当する部分がやや不明瞭であるのは、⑤と③の領域に重なりがあるためである。近似式による値は理論式による値とゲイン特性、位相特性共に良く一致しており、近似式の精度が高いことを示している。

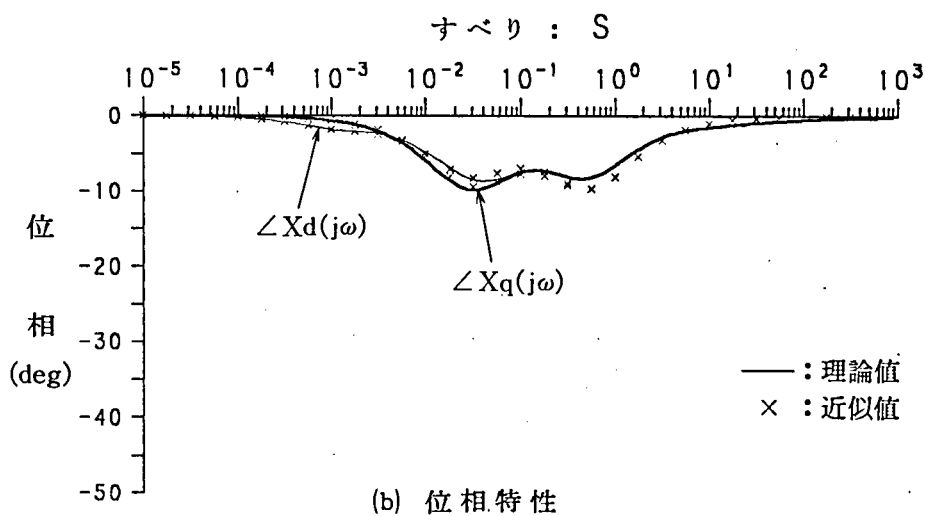
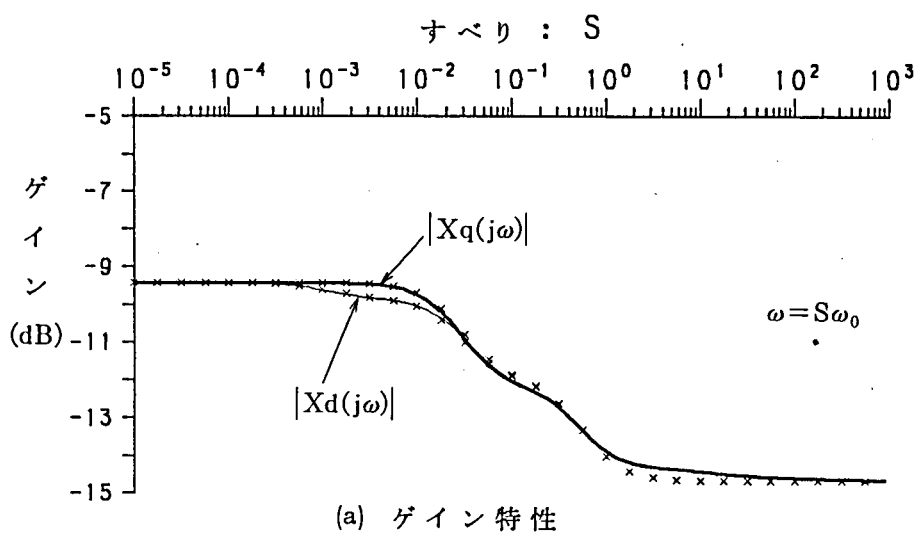


図2-3 20kVA機のアペレーショナル・インピーダンスの周波数特性

## 2.4 むすび

本章では、第1章で得たベクトル・ポテンシャルの理論式と変形ベッセル関数の近似式を用いて、超電導発電機のアペレーショナル・インピーダンスの理論式及び近似式を導出した。その結果を要約すると以下の様になる。

- i) 超電導発電機のアペレーショナル・インピーダンスの理論式は、変形ベッセル関数を含む複雑なものである。この理論式を用いて、超電導発電機の周波数応答や過渡応答を議論することが出来る。しかし、変形ベッセル関数を含むので解析が数値的となり、構造パラメータの影響を簡便かつ明確に把握することは難しい。
- ii) 理論式中に変形ベッセル関数が現われるのは、ダンパ円筒のうず電流効果に起因する。ダンパ円筒の厚さがその半径に比べて薄いことと、二つのダンパ円筒の導電率が大きく異なることを用いて、変形ベッセル関数の近似式を帯域別に適用することができる。その結果、超電導発電機のアペレーショナル・インピーダンスの近似式を $s$ の有理関数として、しかも因数分解された形で与えることができた。
- iii) 超電導発電機のリアクタンス、時定数を構造パラメータの簡単な関数として与えた。特に超電導発電機が三種類の過渡リアクタンスを持つことを示した。
- iv) それらのリアクタンス、時定数の回路定数としての物理的意味を説明した。特に二つのダンパ円筒は、電機子巻線から見た場合は各々抵抗とインダクタンスからなる集中定数回路とみなせることを示した。
- v) 20kVA実験機のアペレーショナル・インピーダンスの周波数特性について理論式と有理関数近似式を比較した。両者は良く一致し、有理関数近似式の精度が十分なものであることが確かめられた。



## 第3章 超電導発電機の機器定数と構造パラメータの関係<sup>(6)</sup>

### 3.1 まえがき

発電機の機器定数、即ち種々のリアクタンス、時定数がどのような値を取るかは超電導発電機の電気特性に大きく影響する。従って、本章では、まず前章で得たリアクタンス、時定数の表現式を用いて、これらの機器定数が主にどの構造パラメータに依存するかを明らかにする。次に、その主な構造パラメータの代表的な値を用いて、超電導発電機の機器定数がどの程度の値を取るかを検討する。

リアクタンスについては通常の種類に従って、正相、逆相、零相リアクタンスに分ける。正相リアクタンスについては、前章の結果により三種類ある超電導発電機の過渡リアクタンスと同期リアクタンスの比は構造パラメータの簡単な関数であることがわかる。従ってまず同期リアクタンスの値について考察し、過渡リアクタンスについては同期リアクタンスとの比を用いて議論する。逆相、零相インピーダンスについても前章の結果を用いて考察する。

時定数については、超電導発電機の構造上の特徴に従って界磁回路、低温ダンパ、常温ダンパの時定数に分けて、各々と構造パラメータの関係を議論し、それらの時定数がどの程度の値を取るかを検討する。

現在、設計、製作されている超電導発電機は殆んどが2極機なので、本章の議論は2極機を対象とする。そのうちで、過渡、逆相、零相リアクタンスに対する議論は発電機の構造パラメータの相対値（巻線、ダンパ円筒の半径の比等）を用いて行なうことができるので、更に2極機と4極機の比較を行ない、20 kVA 実験機にも適用する。

### 3.2 超電導発電機のリアクタンス

本節では、第2章において導出したリアクタンス、時定数の構造パラメータによる表現式を用いて、同期発電機の解析に用いられる各種リアクタンスについて考察する。

#### 3.2.1 正相リアクタンス

正相リアクタンス  $X_1$  は、発電機が同期速度で回転し正相電流が流れている時のリアクタンスである。これは同期リアクタンス  $X_d$ （第2章（2・14）式）に等しい。過渡リアクタンスは、第2章で述べた様に超電導発電機では三種類存在し、 $X_d$  との比は構造パラメータの簡単な関数である。従って、まず  $X_d$  の単位法における概略値について考察し、過渡リアクタンスの値

は  $X_d$  との比の形で考察する。

(a) 同期リアクタンス  $X_d$

$X_d$  の値がおおよそどの程度であるかの目安を考えるにあたって、まず現在までに設計、製作された超電導発電機について、単位長あたりの出力と  $X_d$  [p.u.] の関係を調べた。<sup>(11)~(16)</sup>

その結果を図 3-1 に示す。これによると、 $X_d$  [p.u.] の値は発電機の単位長あたりの出力によらず、設計例によって幅がある。その幅は 0.2~0.6 [p.u.] 程度となっている。このことを第 2 章の結果を用いて考察する。

$X_d$  [ $\Omega$ ] は (2・14) 式で与えられている。同期機の解析で通常用いられる単位法におけるインピーダンスの基準値  $Z_{base}$  [ $\Omega$ ] は定格相電圧を  $V_a$  [V]、定格電流を  $I_a$  [A] とすると、 $Z_{base} = V_a / I_a$  である。そして、無負荷時に  $V_a$  を誘導するのに必要な界磁電流を  $I_{f0}$  とすると、(2・5)' 式と電磁誘導の法則から、

$$V_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_0 M_{af1}(0) I_{f0} \quad (3 \cdot 1)$$

となる。但し、 $M_{af1}(0)$  は (2・11) 式で与えられる界磁巻線と電機子巻線 a 相間の相互インダクタンスである。従って、 $Z_{base}$  は、

$$Z_{base} = \frac{\omega_0 M_{af1}(0) I_{f0}}{\sqrt{2} I_a} \quad (3 \cdot 2)$$

と与えられる。(2・14) 式の  $X_d$  と (3・2) 式の  $Z_{base}$  の比を取って、単位法における  $X_d$  [p.u.] は、

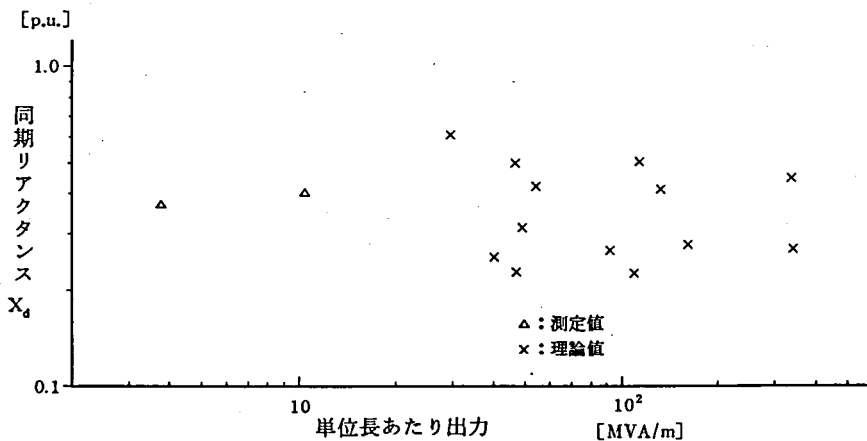


図 3-1 超電導発電機の単位長あたりの出力と同期リアクタンスの関係

$$X_d = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_a}{\lambda_{af}} \frac{N_a I_a}{N_f I_{f0}} \frac{f_{a1}}{f_{f1}} \frac{Z_{a1} (1-x_f^2)}{Y_{a1} (1-x_a^2) y_1(x_f)} \left( \frac{R_{f0}}{R_{a0}} \right)^{-p} \quad (3 \cdot 3)$$

と表わされる。ここで(3・3)式のアンペア導体数  $N_a I_a$ ,  $N_a I_f$  と各々に対応する電流密度  $i_a$ ,  $i_{f0}$  [A/m<sup>2</sup>] の関係は,

$$\frac{2 N_a I_a}{(1-x_a^2) \theta_a} = i_a R_{a0}^2, \quad \frac{2 N_f I_{f0}}{(1-x_f^2) \theta_f} = i_{f0} R_{f0}^2 \quad (3 \cdot 4)$$

である。(3・4)式を(3・3)式に代入すると,  $X_d$  [p. u.] は,

$$X_d = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_a}{\lambda_{af}} \frac{i_a}{i_{f0}} \frac{\sin \frac{p \theta_a}{2}}{\sin \frac{p \theta_f}{2}} \cdot \frac{Z_{a1}}{Y_{a1} x_a^{p+2} y_1(x_f) \left( \frac{R_{f0}}{R_{a1}} \right)^{p+2}} \quad (3 \cdot 5)$$

と表わされる。 $X_d$  は  $i_a/i_{f0}$  に比例する。また  $p$ ,  $i_a/i_{f0}$  が一定で,  $\lambda_a/\lambda_{af}$ ,  $x_f$ ,  $x_a$ ,  $R_{f0}/R_{a1}$  が一定の場合(即ち完全に相似形の場合)発電機の大きさに関係なく  $X_d$  は一定値を取る。実際の発電機は完全な相似形ではなく,  $i_a/i_{f0}$  も設計により異なるので,  $X_d$  の値も図3-1の様に一定ではないと考えられる。

以下, 数値的な検討を試みる。

#### <数値例>

超電導発電機が商用機として実用化されるためには単機容量として数百 MVA 以上が必要と考えられる。<sup>(17)</sup> 従って, 実用規模の大型機として定格容量 1 GVA 程度を想定し, 文献(14)~(16)を参考にして, (3・5)式のパラメータを,

$$p = 1, \quad x_a \left( = \frac{R_{a1}}{R_{a0}} \right) = 0.8, \quad x_f \left( = \frac{R_{f1}}{R_{f0}} \right) = 0.8, \quad \frac{R_{a0}}{R_{3i}} = 0.8, \quad \frac{R_{f0}}{R_{a1}} = 0.6,$$

$$\theta_f = \frac{2}{3} \pi, \quad \theta_a = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{i_a}{i_{f0}} = 4.0 \times 10^{-2}, \quad \frac{\lambda_a}{\lambda_{af}} = 1.1$$

とすると\*, (3・5)式より,

$$X_d = 0.43 \quad [\text{p. u.}]$$

\*)  $i_{f0}$  は無負荷時の界磁電流密度なので, 設計の基準となる定格負荷時の界磁電流密度よりは小さい。

となる。 $X_d$  は  $i_a/i_{f0}$  に比例するので、この数値例で  $i_a/i_{f0}$  が  $3.0 \times 10^{-2} \sim 5.0 \times 10^{-2}$  とすると、 $X_d$  は  $0.32 \sim 0.54$  [p. u.] となり、 $X_d$  はおよそ  $0.2 \sim 0.6$  [p. u.] の範囲にあると考えられる。

#### (b) 過渡リアクタンス

超電導発電機は、(2・16)式で示される三種類の過渡リアクタンス  $X'_d$ ,  $X''_d$ ,  $X'''_d$  を持つ。ここではそれらの値と構造パラメータとの関係を考察し、数値的な検討も行なう。

(2・16)式で  $X'_d$ ,  $X''_d$ ,  $X'''_d$  は  $X_d$  との比の形で与えられている。従って、過渡リアクタンスの値はその絶対値でなく、同期リアクタンスとの比で考えると、発電機の構造パラメータの比較的簡単な関数(巻線、ダンパの位置関係だけで決まる)であることがわかる。

(2・16)式から  $X'_d$ ,  $X''_d$ ,  $X'''_d$  と  $X_d$  との比の値は、各々電機子巻線と界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパとの位置関係(特に、外径の比  $R_{f0}/R_{ao}$ ,  $R_{10}/R_{ao}$ ,  $R_{20}/R_{ao}$ ) で決まり、界磁回路抵抗分  $r_f$  やダンパ円筒の導電率  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  には関係しない。これは2・3・2で述べた様に各々の過渡リアクタンスに対応する周波数領域が、各々界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパによって電機子巻線による交流磁界が完全にしゃへいされている領域であると考えられるからである。

以下では、 $X'_d/X_d$ ,  $X''_d/X_d$ ,  $X'''_d/X_d$  の値を数値的に検討する。

3・2・1(a)の数値例を参考にして、 $x_a = x_f = R_{ao}/R_{3i} = 0.8$ ,  $\lambda_{af}^2/(\lambda_a \lambda_f) = 0.8$  とする。(2・16)式を用いて、 $R_{f0}/R_{ao}$ ,  $R_{10}/R_{ao}$ ,  $R_{20}/R_{ao}$  をパラメータにして計算すると以下の様になる。

#### 2極機の場合 ( $p=1$ )

$$\begin{array}{lll} 0.40 < \frac{R_{f0}}{R_{ao}} < 0.60 & \text{に対して、} & 0.80 > \frac{X'_d}{X_d} > 0.59 \\ 0.45 < \frac{R_{10}}{R_{ao}} < 0.65 & \text{に対して、} & 0.65 > \frac{X''_d}{X_d} > 0.35 \\ 0.55 < \frac{R_{20}}{R_{ao}} < 0.75 & \text{に対して、} & 0.50 > \frac{X'''_d}{X_d} > 0.19 \end{array}$$

#### 4極機の場合 ( $p=2$ )

$$0.40 < \frac{R_{f0}}{R_{ao}} < 0.60 \quad \text{に対して、} \quad 0.97 > \frac{X'_d}{X_d} > 0.83$$

$$0.45 < \frac{R_{10}}{R_{ao}} < 0.65 \quad \text{に対して,} \quad 0.91 > \frac{X_d''}{X_d} > 0.64$$

$$0.55 < \frac{R_{20}}{R_{ao}} < 0.75 \quad \text{に対して,} \quad 0.81 > \frac{X_d'''}{X_d} > 0.39$$

(2・17), (2・18)式からわかる様に, 電機子巻線と界磁巻線, ダンパ円筒の結合係数  $k_{af}$ ,  $k_{a1}$ ,  $k_{a2}$  は各々  $(R_{fo}/R_{ao})^{2p}$ ,  $(R_{10}/R_{ao})^{2p}$ ,  $(R_{20}/R_{ao})^{2p}$  に依存しているので, これらの過渡リアクタンスと同期リアクタンスの比は4極機の方が2極機より大きい。

20kVA機の構造パラメータでは,  $x_a = 0.78$ ,  $x_f = 0.68$ ,  $\frac{R_{ao}}{R_{3i}} = 0.83$ ,  $\lambda_{af}^2/(\lambda_a \lambda_f) = 0.58$ ,  
であり,

$$\frac{R_{fo}}{R_{ao}} = 0.47 \quad \text{に対して,} \quad \frac{X_d'}{X_d} = 0.96$$

$$\frac{R_{10}}{R_{ao}} = 0.58 \quad \text{に対して,} \quad \frac{X_d''}{X_d} = 0.74$$

$$\frac{R_{20}}{R_{ao}} = 0.68 \quad \text{に対して,} \quad \frac{X_d'''}{X_d} = 0.55$$

となる。それに対して, 三相突発短絡試験 (界磁電流が定格値の約1/40) による測定値\* は電機子巻線の抵抗分を考慮すると,

$$\frac{X_d'}{X_d} = 0.83, \quad \frac{X_d''}{X_d} = 0.73, \quad \frac{X_d'''}{X_d} = 0.67$$

であった。<sup>(18)</sup>

$X_d'/X_d$  と  $X_d'''/X_d$  について理論値と測定値が異なる理由は以下の様に考えられる。

界磁電流が小さい場合, ブラシ等の定電圧降下の影響により界磁回路の抵抗分  $r_f$  が等価的に大きくなる。従って,  $T_{d0}'$ ,  $T_d'$  が小さくなり,  $T_{q0}''$  に近づくので,  $X_d'$  に対応する  $|X_d(j\omega)|$  が一定値を取る部分 (図2-2の㊸) が明確でなくなる。そのために界磁電流が小さい状態で測定した  $X_d'$  の値は界磁電流がより大きな状態で測定した  $X_d'$  の値より小さくなる。即ち,  $X_d'/X_d$  の理論値は, 定格界磁電流の場合の三相突発短絡試験による測定値に対応するものと考えられる。

\* 測定法については4.2.2節参照

次に、20kVA機では  $T_q''' = 7.4 \text{ msec}$  (測定値\*) であり、<sup>(18)</sup> 60Hzでの周期 16.7 msec より更に小さい。従って、三相突発短絡試験の測定波形から包絡線を描いて求めた  $X_d'''$  の測定値は真の値より大きくなる。大型機では 3.4 節で述べる様に  $T_q'''$  等の時定数は 20kVA機の場合の値より大きいので、測定精度は良いと考えられる。

### 3.2.2 逆相リアクタンス

逆相リアクタンス  $X_2$  は発電機が同期速度で回転し逆相電流が流れている時のリアクタンスである。その場合、回転子上では  $\partial/\partial t = j 2\omega_0$  となるので、

$$X_2 = |X_d(j 2\omega_0)| \quad (3 \cdot 8)$$

である。即ち、逆相リアクタンスはすべりが 2 の時のオペレーショナル・インピーダンスに対応する。従って、 $X_d(j\omega)$  の周波数特性の概形(図 2-2)からわかるように、 $X_2$  の値は時定数と  $1/2\omega_0$  の大小関係で決まる。 $1/2\omega_0 = 1/240\pi \simeq 1.3 \text{ msec}$  程度であり、大型の超電導発電機では 3.4 節で示す様に  $T_q'''$  は数十 msec 程度と考えられるので、 $X_2 = X_d'''$  となる。

20kVA機の場合は  $T_q''' = 7.4 \text{ msec}$  (測定値) であり、大型機に比べてかなり小さいが、 $T_q''' > 1/2\omega_0$  は成立つので  $X_2 = X_d'''$  であると考えられる。測定結果<sup>(18)</sup>においても、 $X_2 = X_d'''$  であった。

### 3.2.3 零相リアクタンス

零相リアクタンス  $X_0$  は発電機が同期速度で回転している時に、電機子巻線の三端子を一括して中性点との間に定格角周波数の単相交流を流した時の一相あたりのリアクタンスである。 $X_0$  は(2・8)式から、 $3\omega_0 L_{aa3}(s)$  に等しい。即ち  $X_0$  に対しては、電機子巻線の三次の空間高調波成分が寄与する。回転子上では、 $\partial/\partial t = j 2\omega_0$  と  $\partial/\partial t = j 4\omega_0$  の成分の平均となる。従って

$$X_0 = 3\omega_0 \{ |L_{aa3}(j 2\omega_0)| + |L_{aa3}(j 4\omega_0)| \} / 2 \quad (3 \cdot 9)$$

と表される。

$L_{aa3}(s)$  は  $L_{aa1}(s)$  と同様に

$$L_{aa3}(s) = L_{aa3}(0) \frac{(1 + sT_{q3}'')(1 + sT_{q3}''')}{(1 + sT_{qo3}'')(1 + sT_{qo3}''')} \quad (3 \cdot 10)$$

---

\*) 測定法については 4.2.2 節参照

の様に有理関数で近似される。但し、 $T_{qo3}''$ ,  $T_{q3}''$ ,  $T_{qo3}'''$ ,  $T_{q3}'''$  は各々 (2・11) 式の  $T_{qo}''$ ,  $T_q''$ ,  $T_{qo}'''$ ,  $T_q'''$  において、 $T_{11} \rightarrow T_{13}$ ,  $T_{21} \rightarrow T_{23}$ ,  $Y_{a1} \rightarrow Y_{a3}$ ,  $Z_{a1} \rightarrow Z_{a3}$ ,  $2p \rightarrow 6p$  と置き換えたものである。

$X_0$  の値は、 $X_2$  の場合と同様に考えると、(3・10) 式中の時定数の値によって、

$$\begin{aligned} X_0 &= 3\omega_0 L_{aa3}(0) \frac{T_{q3}'' T_{q3}'''}{T_{qo3}'' T_{qo3}'''} \\ &= X_d \left( \frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \left[ 1 - \frac{Y_{a3}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{6p} \right\} Z_{a3}} \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{6p} \right] \end{aligned} \quad (3 \cdot 11)$$

か、あるいは、

$$\begin{aligned} X_0 &= 3\omega_0 L_{aa3}(0) \frac{T_{q3}''}{T_{qo3}''} \\ &= X_d \left( \frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \left[ 1 - \frac{Y_{a3}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{6p} \right\} Z_{a3}} \left( \frac{R_{1o}}{R_{ao}} \right)^{6p} \right] \end{aligned} \quad (3 \cdot 12)$$

のいずれかの値を取る。(3・11), (3・12) 式で  $(R_{2o}/R_{ao})^{6p}$ ,  $(R_{1o}/R_{ao})^{6p}$  は共に 1 より十分小さいので、(3・11) 式と (3・12) 式の差は小さい。また  $X_0/X_d$  は、3 次と 1 次の電機子巻線巻線係数の比により大きく変わる。全節巻のモデルでは、 $p\theta_a = \pi/3$  として、前節までの数値例のパラメータで計算すると、 $X_0/X_d$  は (3・11) 式で 0.24 ( $p=1$ ), 0.26 ( $p=2$ ), (3・12) 式で、0.26 ( $p=1$ ), 0.27 ( $p=2$ ) となり、大体 0.25 程度である。

20kVA 機では、短節係数を考慮して計算すると、 $X_0/X_d = 0.098$  である。これに対して、測定値<sup>(18)</sup> は電機子抵抗分を考慮して、 $X_0/X_d = 0.106$  であった。測定値と理論値の差は、理論値にはもれリアクタンス分が考慮されていないことによると考えられる。

### 3.3 超電導発電機の時定数

本節では、(2・11), (2・14) 式の時定数と構造パラメータの関係、及びそれらの時定数が大体どの程度の値を取るかを考える。

#### (a) 界磁回路の時定数

$T_{d0}'$  は (2・14) 式で与えられ、(界磁巻線の自己インダクタンス/界磁回路の抵抗) である。

3・2・1(a)の数値例で、 $\lambda_f = 3.5$  [m]とすると、\*

$$1000 < N_f < 2000 \quad \text{に対して,} \quad 2.2 < L_{ff1}(0) < 8.6 \text{ [H]}$$

となる。界磁回路の全抵抗分  $r_f$  の値が大体  $5\text{m}\Omega$  程度とすると、

$$4.3 \times 10^2 < T'_{d0} < 1.7 \times 10^3 \text{ [sec]}$$

となる。

$T'_d$  は (2・14) 式から、 $T'_{d0}$  との相対値  $T'_d / T'_{d0}$  で考える。(2・16) 式よりこの比は  $X'_d / X_d (= 1 - k_{af}^2)$  に等しく、界磁巻線と電機子巻線の外径の比  $R_{fo} / R_{ao}$  に依存する。

3・2・1(b)で示した例では、

$$0.40 < \frac{R_{fo}}{R_{ao}} < 0.60 \quad \text{に対して} \quad 0.80 > \frac{T'_d}{T'_{d0}} > 0.59$$

となる。

#### (b) 低温ダンパの時定数

$T''_{q0}$  は (2・11) 式から低温ダンパの導電率  $\sigma_1$  (ダンパ円筒の材質と温度によって決まる)、その厚さ  $d_1$ 、及びその半径  $R_{10}$  の三つの積に比例する。一例として、 $\sigma_1 = 5.2 \times 10^8$  [S/m] (77 Kの銅の導電率)、 $d_1 = 0.01$  [m]、 $R_{10} = 0.35$  [m]\*、 $R_{10} / R_{3i} = 0.4$  とすると、

$$T''_{q0} = 1.3 \text{ [sec]}$$

となる。

$T'_d$ 、 $T''_q$ 、 $T''_f$  は (2・14)、(2・11) 式から  $T''_{q0}$  との比で考える。まず (2・14) 式から  $T'_d / T'_{q0}$  は界磁巻線と電機子巻線の外径の比  $R_{fo} / R_{ao}$  と低温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{10} / R_{ao}$  に主に依存し、 $T''_q / T''_{q0}$  は低温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{10} / R_{ao}$  に主に依存する。次に  $T''_f / T''_{q0}$  は (2・11) 式から界磁巻線の外径と低温ダンパの内径の比  $R_{fo} / R_{1i}$  に主に依存する。3・2・1(b)で示した例では、

$$\begin{aligned} 0.40 < \frac{R_{fo}}{R_{ao}} < 0.60, \quad 0.45 < \frac{R_{10}}{R_{ao}} < 0.65 \text{ に対して,} \quad 0.81 > \frac{T'_d}{T'_{q0}} > 0.59 \\ 0.45 < \frac{R_{10}}{R_{ao}} < 0.65, \quad \text{に対して,} \quad 0.65 > \frac{T''_q}{T''_{q0}} > 0.35 \end{aligned}$$

\*)  $\lambda_f$ 、 $R_{10}$ 、 $R_{20}$  の値は発電機の容量によるので 1 GVA 程度の発電機として文献 (14)~(16) を参考にした。



$$0.75 < \frac{R_{fo}}{R_{fi}} < 0.95 \quad \text{に対して,}$$

$$0.51 > \frac{T_f''}{T_{qo}''} > 0.21$$

となる。

### (c) 常温ダンパの時定数

$T_{qo}'''$  は (2・11) 式から常温ダンパの導電率  $\sigma_2$ , その厚さ  $d_2$ , 及びその半径  $R_{2o}$  の三つの積に比例する。一例として,  $\sigma_2 = 5.3 \times 10^7$  [S/m] (20℃の銅の導電率),  $d_2 = 0.01$  [m],  $R_{2o} = 0.40$  [m] とし (前頁脚注参照), 更に  $R_{1o}/R_{3i} = 0.4$ ,  $R_{2o}/R_{3i} = 0.5$ ,  $R_{1o}/R_{2i} = 0.8$  とすると,

$$T_{qo}''' = 75.6 \text{ [msec]}$$

となる。

$T_q'''$  は (2・11) 式から  $T_{qo}'''$  との比で考える。(2・14) 式から  $T_q'''/T_{qo}'''$  は常温ダンパ, 低温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{1o}/R_{ao}$ ,  $R_{2o}/R_{ao}$  に主に依存する。3・2・1 (b) に示した例では,

$$0.45 < \frac{R_{1o}}{R_{ao}} < 0.65, \quad 0.55 < \frac{R_{2o}}{R_{ao}} < 0.75 \text{ に対して,} \quad 0.78 > \frac{T_q'''}{T_{qo}'''} > 0.54$$

となる。

$T_{qo}'''$ ,  $T_q'''$  は低温ダンパと常温ダンパの相互誘導の影響を受ける。従って低温ダンパと常温ダンパの距離が小さくなると ( $R_{1o}/R_{2i} \rightarrow$  大, 但し両者の間には真空部があるので  $R_{1o}/R_{2i} < 1$  である),  $T_{qo}'''$ ,  $T_q'''$  の値は小さくなる。

## 3.4 むすび

本章では超電導発電機の機器定数である各種リアクタンス, 時定数と構造パラメータの関係を考察し, それらの機器定数が通常の超電導発電機の構造パラメータでは大体どの程度の値を取るか検討した。その結果, 以下の様な結論が得られた。

超電導発電機のリアクタンスについて,

i) 同期リアクタンス  $X_d$  の値は, 設計により幅があり, おおよそ  $0.2 \sim 0.6$  [p. u.] の範囲にある。

ii) 三種類の過渡リアクタンス  $X_d'$ ,  $X_d''$ ,  $X_d'''$  と同期リアクタンス  $X_d$  との比は, 各々界磁

巻線, 低温ダンパ, 常温ダンパと電機子巻線の位置関係, 特にそれらの外径の比によって主にその値が決まる。界磁回路の抵抗分, 低温ダンパ, 常温ダンパの導電率はそれらの比に関係しない。巻線, ダンパ円筒の位置関係は発電機の構造上おおよそ決まっているので, 2極機の場合,  $X_d'/X_d \cong 0.7$ ,  $X_d''/X_d \cong 0.5$ ,  $X_d'''/X_d \cong 0.35$ 程度が代表的な値となる。4極機では2極機よりもこれらの比は大きく,  $X_d'/X_d \cong 0.9$ ,  $X_d''/X_d \cong 0.8$ ,  $X_d'''/X_d \cong 0.6$ 程度となる。

iii) 逆相リアクタンス  $X_2$  については,  $X_2 = X_d'''$  である。

iv) 零相リアクタンス  $X_0$  については, 電機子巻線空間高調波の3次成分が寄与するので, 他のリアクタンスに比べて  $X_0/X_d$  は巻線係数の影響を大きく受ける。全節巻の場合は, 2極機, 4極機共に  $X_0/X_d \cong 0.25$  程度である。

超電導発電機の時定数について

v)  $T_{d0}'$ ,  $T_d'$  の値は界磁回路の抵抗分に反比例する。 $T_{q0}''$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$ ,  $T_f''$  の値は, 低温ダンパの導電率, 外径, 厚さの積に比例する。 $T_{q0}'''$ ,  $T_q'''$  は常温ダンパの導電率, 外径, 厚さの積に比例する。

vi) 1 GVA級の大型機では,  $T_{d0}'$ ,  $T_d'$  は数百秒,  $T_{q0}''$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$ ,  $T_f''$  は約一秒,  $T_{q0}'''$ ,  $T_q'''$  は数十ミリ秒程度の値を取る。

## 第4章 三相突発短絡時の過渡現象解析<sup>(19)</sup>

### 4.1 まえがき

本章では三相短絡故障を対象として超電導発電機の過渡現象解析を行なう。その理由は次の通りである。三相短絡故障は、他の不平衡故障に比べてまれであるが厳しい故障なので、その解析を行なうことは界磁巻線の常電導転移からの保護やダンパ円筒の機械的強度の点で重要である。また三相突発短絡試験は、従来機において過渡リアクタンス、時定数の測定法として確立されているので、超電導機においても機器定数の測定に利用されることが期待される。

過渡現象解析のために、第2章で導いたオペレーショナル・インピーダンスの理論式又は近似式を用いることができる。その場合、理論式は変形ベッセル関数を含む複雑な関数なので、時間関数を求めるための逆ラプラス変換を解析的に実行するのは困難である。従って、理論式を用いる場合は、数値逆ラプラス変換によることになり、解と発電機の構造パラメータの関係を簡単には把握できない。それに対して、第2章で導いたオペレーショナル・インピーダンスの有理関数による近似式を用いると、ヘビサイドの展開定理を用いて逆ラプラス変換を解析的に行なうことが可能であり、発電機の構造パラメータが解に与える影響を把握しやすい。

本章では、まず三相突発短絡時における電機子電流の時間関数を上記の方法によって解析的に求める。次に、界磁電流のラプラス変換を電機子電流のラプラス変換と電機子電流と界磁電流の伝達関数の積によって表わし、ヘビサイドの展開定理により逆変換して時間関数を解析的に求める。界磁電流については常電導転移からの保護の観点から時間変化率も求める。ダンパ円筒の電流密度についても同様の方法で半径、周方向の分布を考慮した解析解を求める。得られた解析解を用いて、上記の各電流の時間関数と構造パラメータの関係を考察する。

最後に、1 GVA 級の超電導発電機の構造パラメータの値を得られた近似式に代入して、各部の時間波形を描き、理論式を数値逆ラプラス変換した結果と比較して、近似式による解析解の精度を確かめる。

### 4.2 電機子電流の過渡変化

#### 4.2.1 重ね合わせの理と逆ラプラス変換

同期発電機におけるパークの基本式をラプラス変換形で書くと、

$$\left. \begin{aligned} V_d(s) &= -s\psi_d(s) - \omega_0\psi_q(s) - r_a I_d(s) \\ V_q(s) &= -s\psi_q(s) + \omega_0\psi_d(s) - r_a I_q(s) \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 1)$$

である。三相突発短絡故障を考えるので零相分は省略した。また角周波数は同期角周波数  $\omega_0$  で一定であるとする。 $\psi_d(s)$ ,  $\psi_q(s)$  は (2・1) 式で与えられるので, (2・1) 式を (4・1) 式に代入し,  $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$  について解くと,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_q(s) \end{bmatrix} &= \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} r_a + sX_q(s)/\omega_0 & -X_q(s) \\ X_d(s) & r_a + sX_d(s)/\omega_0 \end{bmatrix} \\ &\cdot \left\{ \begin{bmatrix} -sG(s)/\omega_0 \\ G(s) \end{bmatrix} E_{fd}(s) - \begin{bmatrix} V_d(s) \\ V_q(s) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (4 \cdot 2)$$

が得られる。但し

$$\Delta(s) = (s^2/\omega_0^2 + 1) X_d(s) X_q(s) + sr_a \{ X_d(s) + X_q(s) \} / \omega_0 + r_a^2 \quad (4 \cdot 3)$$

である。(4・2) 式に考えている過渡現象における  $E_{fd}(s)$ ,  $V_d(s)$ ,  $V_q(s)$  を代入すれば,  $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$  のラプラス変換が得られ, それらをラプラス逆変換することによって, 対応する時間関数が得られる。

発電機端子で三相突発短絡が生じた場合, 電機子電流の変化分のラプラス変換は重ね合わせの理により, (4・2) 式に

$$\left. \begin{aligned} V_d(s) &= V_L \sin \delta / s \\ V_q(s) &= -V_L \cos \delta / s \\ E_{fd}(s) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 4)$$

を代入して, 次の (4・5) 式が得られる。

$$\begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{s\Delta(s)} \left[ \left\{ r_a + \frac{sX_q(s)}{\omega_0} \right\} \sin \delta + X_q(s) \cos \delta \right] \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{s\Delta(s)} \left[ -\left\{ r_a + \frac{sX_d(s)}{\omega_0} \right\} \cos \delta + X_d(s) \sin \delta \right] \end{aligned} \quad (4 \cdot 5)$$

ここで,  $V_L$  は短絡前の線間電圧 (実効値),  $\delta$  は端子電圧と内部誘導起電力の位相差である。

(4・5) 式中の  $X_d(s)$ ,  $X_q(s)$  の理論式は第2章で与えた様に, 変形ベッセル関数を含む

複雑な関数であり、解析的に逆ラプラス変換を実行するのは困難である。従って正確な解を得ようとするれば、数値逆ラプラス変換によることになるが、その場合は得られた時間関数が発電機の構造パラメータとどのような関係にあるか見通しがつけにくい。ここでは超電導発電機の電気特性と構造パラメータの関係を簡便に把握するために数値解によらずに解析的に解くことを考える。

(2・13)式において  $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  は、分母・分子共に  $s$  について各々 3、2 次なので、(4・5)式の分母は  $s$  の 8 次式となる。従って、解析的に因数分解して (4・5) 式の極を求めることは不可能である。そこで、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  の周波数特性が図 2.2 の様になることを考慮すると、(4・5)式の極を解析的に求めることができる。即ち、2・3・2 節で述べた様に、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  は、

$$X_d(s) = \begin{cases} X_d & \\ X_d \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} & \\ X_d' \left( = X_d \frac{T_d'}{T_{d0}'} \right) & \\ X_d' \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''} & \\ X_d'' \left( = X_d' \frac{T_d''}{T_{q0}''} \right) & \\ X_d'' \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{q0}'''} & \\ X_d''' \left( = X_d'' \frac{T_q'''}{T_{q0}'''} \right) & \end{cases} \quad X_q(s) = \begin{cases} X_d & : |s| < \frac{1}{T_{d0}'} \quad (1) \\ X_d & : \frac{1}{T_{d0}'} \leq |s| \leq \frac{1}{T_d'} \quad (2) \\ X_d & : \frac{1}{T_d'} < |s| < \frac{1}{T_{q0}''} \quad (3) \\ X_d \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''} & : \frac{1}{T_{q0}''} \leq |s| \leq \frac{1}{T_q''} \quad (4) \\ X_d'' \left( = X_d' \frac{T_q''}{T_{q0}''} \right) & : \frac{1}{T_q''} < |s| < \frac{1}{T_{q0}'''} \quad (5) \\ X_d'' \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{q0}'''} & : \frac{1}{T_{q0}'''} \leq |s| \leq \frac{1}{T_q'''} \quad (6) \\ X_d''' \left( = X_d'' \frac{T_q'''}{T_{q0}'''} \right) & : \frac{1}{T_q'''} < |s| \quad (7) \end{cases} \quad (4.6)$$

の様に  $s$  の絶対値に応じて次数の低い近似式で近似される。それぞれの場合の  $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$  の近似式を (4・5) 式に代入して、その範囲に存在する (4・5) 式の極を求める。

(1)  $|s| < \frac{1}{T_{d0}'}$  の範囲： $X_d(s) = X_q(s) = X_d$  を (4・5) 式に代入すると、

$$I_d(s) = -\frac{V_L \omega_0}{sX_d} \cdot \left\{ \frac{\left[ \left( s + \frac{\omega_0 r_a}{X_d} \right) \sin \delta + \omega_0 \cos \delta \right]}{\left[ \left( s + \frac{\omega_0 r_a}{X_d} \right)^2 + \omega_0^2 \right]} \right\} \quad (4.7)$$

$$I_q(s) = -\frac{V_L \omega_0}{sX_d} \cdot \frac{\left[ -\left( s + \frac{\omega_0 r_a}{X_d} \right) \cos \delta + \omega_0 \sin \delta \right]}{\left[ \left( s + \frac{\omega_0 r_a}{X_d} \right)^2 + \omega_0^2 \right]}$$

となる。超電導発電機では、3・3節で示した様に  $T_{d0}'$  は  $10^2 \text{ sec}$  のオーダーの値を取るので  $|s| < 1/T_{d0}' \ll \omega_0$  である。従って、

$$\left( s + \frac{\omega_0 r_a}{X_d} \right)^2 + \omega_0^2 \approx 0$$

であり、 $s = 0$  が極である。ヘビサイドの展開定理により、 $s = 0$  に対応する (4・5) 式の時間関数として、

$$\left. \begin{aligned} i_{d0}(t) &= [I_d(s)s]_{s=0} = -V_L \frac{r_a \sin \delta + X_d \cos \delta}{r_a^2 + X_d^2} \\ i_{q0}(t) &= [I_q(s)s]_{s=0} = -V_L \frac{-r_a \cos \delta + X_d \sin \delta}{r_a^2 + X_d^2} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 8)$$

が得られる。

$r_a$  が  $X_d$  に対して十分小さければ、

$$i_{d0}(t) \approx -\frac{V_L}{X_d} \cos \delta, \quad i_{q0}(t) \approx -\frac{V_L}{X_d} \sin \delta \quad (4 \cdot 8)'$$

となる。

(2)  $\frac{1}{T_{d0}'} \leq |s| \leq \frac{1}{T_d'}$  の範囲：  $X_d(s) = X_d \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'}$ ,  $X_q(s) = X_d$  を (4・5) 式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{sX_d} \frac{\left[ \left( \frac{r_a}{X_d} + \frac{s}{\omega_0} \right) \sin \delta + \cos \delta \right]}{\left[ \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + 1 \right) \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} + \frac{s}{\omega_0} \frac{r_a}{X_d} \left( \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} + 1 \right) + \frac{r_a^2}{X_d^2} \right]} \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{sX_d} \frac{\left[ -\left( \frac{r_a}{X_d} + \frac{s}{\omega_0} \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} \right) \cos \delta + \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} \sin \delta \right]}{\left[ \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + 1 \right) \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} + \frac{s}{\omega_0} \frac{r_a}{X_d} \left( \frac{1+sT_d'}{1+sT_{d0}'} + 1 \right) + \frac{r_a^2}{X_d^2} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 9)$$

となる。 $T_{d0}'$ ,  $T_d'$  は  $10^2$  sec のオーダーの値を取るので,  $|s|/\omega_0 \ll 1$  である。そして  $r_a/X_d \ll 1$  と仮定すると,\*

$$I_d(s) = -\frac{V_L \cos \delta}{sX_d} \frac{1+sT_{d0}'}{1+sT_d'}, \quad I_q(s) = -\frac{V_L \sin \delta}{sX_d} \quad (4 \cdot 9')$$

である。従って  $I_d(s)$  については  $s = -1/T_d'$  が極であり,  $I_q(s)$  についてはこの範囲に極は存在しない。従って  $s = -1/T_d'$  に対応する時間関数としては,

$$\begin{aligned} i_{d1}(t) &= \left[ I_d(s) \left( s + \frac{1}{T_d'} \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_d'}} e^{-\frac{t}{T_d'}} \\ &= -V_L \cos \delta \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} \end{aligned} \quad (4 \cdot 10)$$

が得られる。

(3)  $1/T_d' < |s| < 1/T_{q0}''$  の範囲:  $X_d(s) = X_d'$ ,  $X_q(s) = X_q$  を (4・5) 式に代入すると, (4・7) 式と同様の式が得られる。 $T_{q0}''$  は約一秒程度なので  $|s| < 1/T_{q0}'' \ll \omega_0$  となり, この範囲には極は存在しない。

(4)  $1/T_{q0}'' \leq |s| \leq 1/T_q''$  の範囲:  $X_d(s) = X_d' \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''}$ ,  $X_q(s) = X_d \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''}$  を (4・5) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{sX_d'} \left\{ \left[ \left( \frac{r_a}{X_d'} + \frac{s}{\omega_0} \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''} \right) \sin \delta + \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''} \cos \delta \right] \right. \\ &\quad \left. \left[ \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + 1 \right) \frac{(1+sT_d'')(1+sT_q'')}{(1+sT_{q0}'')^2} + \frac{s}{\omega_0} \left\{ \frac{r_a}{X_d'} \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''} + \frac{r_a}{X_d'} \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''} \right\} + \frac{r_a^2}{X_d X_d'} \right] \right\} \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{sX_d} \left\{ \left[ -\left( \frac{r_a}{X_d'} + \frac{s}{\omega_0} \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''} \right) \cos \delta + \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''} \sin \delta \right] \right. \\ &\quad \left. \left[ \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + 1 \right) \frac{(1+sT_d'')(1+sT_q'')}{(1+sT_{q0}'')^2} + \frac{s}{\omega_0} \left\{ \frac{r_a}{X_d'} \frac{1+sT_q''}{1+sT_{q0}''} + \frac{r_a}{X_d'} \frac{1+sT_d''}{1+sT_{q0}''} \right\} + \frac{r_a^2}{X_d X_d'} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4 \cdot 11)$$

となる。(3) の場合と同様に,  $|s|/\omega_0 \ll 1$  であり,  $r_a/X_d, r_a/X_d' \ll 1$  とすると,\*

\*) 電機子抵抗の影響は付録 B で検討する。

$$I_d(s) \cong -\frac{V_L \cos \delta}{sX_d'} \frac{1+sT_{qo}''}{1+sT_d''}, \quad I_q(s) \cong -\frac{V_L \sin \delta}{sX_d} \frac{1+sT_{qo}''}{1+sT_q''} \quad (4 \cdot 11)'$$

である。よって極は  $I_d(s)$  では  $s = -1/T_d''$ ,  $I_q(s)$  では  $-1/T_q''$  となり、それぞれ対応する時間解として、

$$\left. \begin{aligned} i_{d2}(t) &= \left[ I_d(s) \left( s + \frac{1}{T_d''} \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_d''}} = -V_L \cos \delta \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} \\ i_{q2}(t) &= \left[ I_q(s) \left( s + \frac{1}{T_q''} \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_q''}} = -V_L \sin \delta \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_q''}} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 12)$$

が得られる。

(5)  $1/T_q'' < |s| < 1/T_{qo}'''$  の範囲:  $X_d(s) = X_q(s) = X_d''$  を (4・5) 式に代入すると, (4・7) 式で  $X_d \rightarrow X_d''$  とした式が得られる。 $T_{qo}'''$  は数十ミリ秒程度なので  $|s| < 1/T_{qo}''' \ll \omega_0$  の条件からこの範囲に極は存在しない。

(6)  $1/T_{qo}''' \leq |s| \leq 1/T_q'''$  の範囲:  $X_d(s) = X_q(s) = X_d'' \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{qo}'''}$  を (4・5) 式に代入すると,

$$\left. \begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{sX_d''} \left[ \left( \frac{r_a}{X_d''} + \frac{s}{\omega_0} \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{qo}'''} \right) \sin \delta + \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{qo}'''} \cos \delta \right] \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{sX_d''} \left[ -\left( \frac{r_a}{X_d''} + \frac{s}{\omega_0} \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{qo}'''} \right) \cos \delta + \frac{1+sT_q'''}{1+sT_{qo}'''} \sin \delta \right] \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 13)$$

が得られる。(5)の場合と同様に,  $|s|/\omega_0 \ll 1$  であり, また  $r_a/X_d'' \ll 1$  とすると,\*

$$I_d(s) \cong -\frac{V_L \cos \delta}{sX_d''} \frac{1+sT_{qo}'''}{1+sT_q'''}, \quad I_q(s) \cong -\frac{V_L \sin \delta}{sX_d''} \frac{1+sT_{qo}'''}{1+sT_q'''} \quad (4 \cdot 13)'$$

\*) 付録B参照



となり，極は  $I_d(s)$ ， $I_q(s)$  共に  $s = -1/T_q'''$  である。よって，対応する時間関数として，

$$\left. \begin{aligned} i_{d3}(t) &= -V_L \cos \delta \left( \frac{1}{X_d'''} - \frac{1}{X_d''} \right) e^{-\frac{t}{T_q''}} \\ i_{q3}(t) &= -V_L \sin \delta \left( \frac{1}{X_d'''} - \frac{1}{X_d''} \right) e^{-\frac{t}{T_q''}} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 14)$$

が得られる。

(7)  $1/T_q''' < |s|$  の範囲：  $X_d(s) = X_q(s) = X_d'''$  を (4・5) 式に代入すると，(4・7) 式で  $X_d \rightarrow X_d'''$  とした式が得られる。この場合は，

$$s = -\frac{\omega_0 r_a}{X_d'''} \pm j\omega_0 \quad (4 \cdot 15)$$

が， $I_d(s)$ ， $I_q(s)$  の極となる。 $T_a = \frac{X_d'''}{\omega_0 r_a}$  (電機子時定数) とおくと，対応する時間関数として，

$$\left. \begin{aligned} i_{da}(t) &= \left[ I_d(s) \left( s + \frac{1}{T_a} - j\omega_0 \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_a}+j\omega_0} e^{\left(-\frac{1}{T_a}+j\omega_0\right)t} + \left[ I_d(s) \left( s + \frac{1}{T_a} + j\omega_0 \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_a}-j\omega_0} e^{\left(-\frac{1}{T_a}-j\omega_0\right)t} \\ &= \frac{V_L}{\sqrt{r_a^2 + X_d'''^2}} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \left\{ \omega_0 t + \delta - \tan^{-1} \frac{r_a}{X_d'''} \right\} \\ i_{qa}(t) &= \left[ I_q(s) \left( s + \frac{1}{T_a} - j\omega_0 \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_a}+j\omega_0} e^{\left(-\frac{1}{T_a}+j\omega_0\right)t} + \left[ I_q(s) \left( s + \frac{1}{T_a} + j\omega_0 \right) \right]_{s=-\frac{1}{T_a}-j\omega_0} e^{\left(-\frac{1}{T_a}-j\omega_0\right)t} \\ &= \frac{V_L}{\sqrt{r_a^2 + X_d'''^2}} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin \left\{ \omega_0 t + \delta - \tan^{-1} \left( \frac{r_a}{X_d'''} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 16)$$

が得られる。 $r_a$  が  $X_d'''$  に対して十分小さければ，

$$i_{da}(t) \cong \frac{V_L}{X_d'''} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_0 t + \delta), \quad i_{qa}(t) \cong \frac{V_L}{X_d'''} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin(\omega_0 t + \delta) \quad (4 \cdot 16)'$$

となる。

以上の結果をまとめると、三相突発短絡時の電機子電流の変化は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned}
 i_d(t) &= i_{d0}(t) + i_{d1}(t) + i_{d2}(t) + i_{d3}(t) + i_{da}(t) \\
 &= I_s \left[ \left\{ 1 + K_{d1} e^{-\frac{t}{T_d'}} + K_{d2} e^{-\frac{t}{T_d''}} + K_{q3} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \cos \delta - K_{qa} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_0 t + \delta) \right] \\
 i_q(t) &= i_{q0}(t) + i_{q2}(t) + i_{q3}(t) + i_{qa}(t) \\
 &= I_s \left[ \left\{ 1 + K_{q2} e^{-\frac{t}{T_q''}} + K_{q3} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \sin \delta - K_{qa} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin(\omega_0 t + \delta) \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 17)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 I_s &= -\frac{V_L}{X_d} \quad , \quad K_{d1} = \frac{X_d}{X_d'} - 1 = \frac{k_{af}^2}{1 - k_{af}^2} \\
 K_{d2} &= \frac{X_d}{X_d''} - \frac{X_d}{X_d'} = \frac{k_{a1}^2 - k_{af}^2}{(1 - k_{a1}^2)(1 - k_{af}^2)} \quad , \quad K_{q2} = \frac{X_d}{X_d''} - 1 = \frac{k_{a1}^2}{1 - k_{a1}^2} \\
 K_{q3} &= \frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''} = \frac{k_{a2}^2 - k_{a1}^2}{(1 - k_{a1}^2)(1 - k_{a2}^2)} \quad , \quad K_{qa} = \frac{X_d}{X_d'''} = \frac{1}{1 - k_{a2}^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 18)$$

である。 $k_{af}$ ,  $k_{a1}$ ,  $k_{a2}$  は (2・17), (2・18) 式で定義した様に構造パラメータの関数であり、各々界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパと電機子巻線の結合係数である。

全電機子電流は、短絡前の負荷電流、

$$I_{d0} = -\frac{\sqrt{3} E_0 - V_L \cos \delta}{X_d} \quad , \quad I_{q0} = \frac{V_L \sin \delta}{X_d} \quad (4 \cdot 19)$$

を (4・17) 式に加えたものである。但し、 $E_0$  は無負荷誘導起電力である。

(4・5) 式の  $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$  の分母が 8 次式であるにもかかわらず、極の数が  $I_d(s)$  で 6 個、 $I_q(s)$  で 5 個であるのは、 $I_d(s)$  については (4) で  $s = -1/T_q''$ , (6) で  $s = -1/T_q'''$  が、 $I_q(s)$  については (2) で  $s = -1/T_d'$ , (4) で  $s = -1/T_d''$ , (6) で  $s = -1/T_q'''$  が、それぞれ分母・分子に共通な根となっているためである。

(4・17) 式を見ると、電機子電流の時間関数は、従来機の場合<sup>(10)</sup>と同様であるが、二重ダンパ構造のため  $T_q'''$  という常温ダンパに起因する時定数の減衰項が更に存在する。

(4・17) 式の直流分 (d-q 逆変換して電機子電流相成分に戻すと交流基本波成分に対応する) の大きさを考える。 $t \leq T_q'''$  において、 $e^{-t/T_q'''} = e^{-t/T_d''} = e^{-t/T_d'} \cong 1$  とすると、

$$i_d(t) = -\frac{V_L}{X_d'''} \cos \delta, \quad i_q(t) = -\frac{V_L}{X_d'''} \sin \delta$$

となり、端子電圧の変化分に対する同期機のリアクタンスが過渡的に  $X_d'''$  であると近似的に考えることができる。同様に  $T_q''' \leq t \leq T_d''$  においては、 $X_d''$ 、 $T_d'' \leq t \leq T_d'$  においては  $X_d'$  (直軸のみ) が過渡的な同期機のリアクタンスであり、 $t \gg T_d'$  においては、同期リアクタンス  $X_d$  に一致することを (4・17) 式は示している。この様に超電導発電機では、過渡リアクタンスが三種類存在する。それらは 2・3・2 で述べた様にオペレーショナル・インピーダンスの周波数特性の平坦な部分の値に対応している。

(4・17)・(4・18) 式から三相突発短絡時の電機子電流の変化の大きさは、 $I_s$  を基準とする相対値  $i_d(t)/I_s$ 、 $i_q(t)/I_s$  で考えると、 $k_{af}$ 、 $k_{a1}$ 、 $k_{a2}$  の大きさに依存する。 $k_{af}$ 、 $k_{a1}$ 、 $k_{a2}$  の値は各々界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{f0}/R_{a0}$ 、 $R_{l0}/R_{a0}$ 、 $R_{20}/R_{a0}$  によって決まる。具体的に考えると、 $R_{f0}/R_{a0}$  が小さくなると ( $k_{af} \rightarrow$  小)、 $K_{d1}$  が小さく、 $K_{d2}$  が大きくなる。 $R_{l0}/R_{a0}$  が小さくなると ( $k_{a1} \rightarrow$  小)、 $K_{d2}$ 、 $K_{q2}$  が小さく、 $K_{q3}$  が大きくなる。 $R_{20}/R_{a0}$  が小さくなると ( $k_{a2} \rightarrow$  小)、 $K_{q3}$ 、 $K_{qa}$  が小さくなる。これらの係数  $K_{d1}$ 、……、 $K_{qa}$  は界磁回路の抵抗分  $r_f$ 、ダンパ円筒の導電率  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  には依存しない。減衰時定数  $T_d'$  は  $r_f$  に反比例し、 $T_d''$ 、 $T_q'''$  は各々  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  に比例する。

3.2.1 (b) で検討した数値例の値を用いると、 $p = 1$  (2極機) で  $0.40 < R_{f0}/R_{a0} < 0.60$ 、 $0.45 < R_{l0}/R_{a0} < 0.65$ 、 $0.55 < R_{20}/R_{a0} < 0.75$  に対して、

$$0.26 < K_{d1} < 0.71, \quad 0.29 < K_{d2} < 1.45, \quad 0.54 < K_{q2} < 1.89,$$

$$0.44 < K_{q3} < 2.45, \quad 1.99 < K_{qa} < 5.33$$

となる。

#### 4.2.2 過渡リアクタンス、時定数の測定

無負荷から、三相突発短絡が生じた場合三相突発短絡時の  $i_d(t)$ 、 $i_q(t)$  は、(4・17) 式で  $\delta = 0$  として、

$$\begin{aligned} i_d(t) &= I_s \left[ 1 + K_{d1} e^{-\frac{t}{T_d'}} + K_{d2} e^{-\frac{t}{T_d''}} + K_{d3} e^{-\frac{t}{T_q'''}} - K_{qa} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \omega t \right] \\ i_q(t) &= -I_s K_{qa} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin \omega t \end{aligned} \quad (4 \cdot 20)$$

となる。(4・20) 式を d-q 逆変換して相電流を求めると、a 相電流は、

$$i_a(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} I_s \left[ \left\{ 1 + K_{d1} e^{-\frac{t}{T_d'}} + K_{d2} e^{-\frac{t}{T_d''}} + K_{d3} e^{-\frac{t}{T_q'''}} \right\} \cos(\omega_0 t + \phi_0) - K_{qa} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \phi_0 \right] \quad (4 \cdot 21)$$

となる。但し、 $\phi_0$ は $t = 0$ の時の $d$ 軸と $a$ 相軸の間の電気角で、 $b$ 、 $c$ 相電流については上式において $\phi_0$ をそれぞれ $\phi_0 - \frac{2}{3}\pi$ 、 $\phi_0 + \frac{2}{3}\pi$ と置き替えたものである。

従って、三相突発短絡試験における電機子電流の交流分を、片対数グラフに描くことにより、 $T_d'$ 、 $T_d''$ 、 $T_q'''$ 、 $X_d$ 、 $X_d'$ 、 $X_d''$ 、 $X_d'''$ を求めることができる。<sup>(20)</sup>

時定数のうちで、 $T_d'$ は界磁回路の抵抗分 $r_f$ に反比例する。 $r_f$ は電源の内部抵抗、電流リードの抵抗、ブラシ電圧降下に相当する抵抗分の和であり、超電導発電機の場合には特にブラシの定電圧降下の影響が大きい。試験は定格電圧よりかなり低い値から短絡するので、測定時の $r_f$ が実際の運転状態における $r_f$ の値より大きい場合がある。その様な場合 $T_d'$ の測定値は、定格運転時の値より小さくなる。

### 4.3 界磁電流の過渡変化

この節では、三相突発短絡時の界磁電流の変化分と時間変化率の近似解を求める。

電機子電流と界磁電流の関係式は、次の様に与えられる。界磁回路の電圧方程式(2・9)式と鎖交磁束数の関係式(2・8)式において、 $E_{fd}(s) = 0$  ((4・4)式、重ね合わせの理)とし $\psi_f(s)$ を消去すると、

$$\left. \begin{aligned} I_f(s) &= -s G(s) I_d(s) / \omega_0 \\ \text{ここで、} G(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_0 M_{af1}(s)}{r_f + s L_{ff1}(s)} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 22)$$

が成立する。前節で $I_d(s)$ の近似式は求められているので、 $G(s)$ の近似式を $|s|$ に応じて考えて行く。

(1)  $|s| < \frac{1}{T_{d0}'}$  の範囲： 表2・2②より $M_{af1}(s) = M_{af1}(0)$ 、 $L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0)$ を(4・22)式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{r_f(1 + s T_{d0}')} \\ &\cong \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{r_f} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 23)$$

となり、この範囲に極は存在しない。 $I_d(s)$ では $s = 0$ が極であるが、(4・22)式からわかるように $I_f(s)$ ではこの範囲に極は存在しない。

(2)  $1/T_{d0}' \leq |s| \leq 1/T_d'$  の範囲： (4・23)式の第一式と、(4・9)'式から、

$$I_f(s) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_L}{X_d} \frac{M_{af1}(0)}{r_f} \frac{\cos \delta}{(1 + s T_d')} \quad (4 \cdot 24)$$

が得られ、極は  $s = -\frac{1}{T_d'}$  である。対応する時間関数は、

$$i_{f1}(t) = I_{f0} K_{d1} e^{-\frac{t}{T_d'}} \cos \delta \quad (4 \cdot 25)$$

$$I_{f0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{V_L}{M_{af1}(0)}, \quad K_{d1} \text{ は (4 \cdot 18) 式参照}$$

となる。

(3)  $1/T_d' < |s| < 1/T_{q0}''$  の範囲:  $M_{af1}(s) = M_{af1}(0)$ ,  $L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0)$  より

$$G(s) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{r_f (1 + sT_{d0}')} \quad (4 \cdot 26)$$

となり、この範囲に極は存在しない。 $I_d(s)$  についてもこの範囲に極はないので、 $I_f(s)$  の極はこの範囲には存在しない。

(4)  $1/T_{q0}'' \leq |s| \leq 1/T_q''$  の範囲:  $M_{af1}(s) = \frac{M_{af1}(0)}{1 + sT_{q0}''}$ ,  $L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0) \frac{1 + sT_f''}{1 + sT_{q0}''}$  を

(4 \cdot 22) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} G(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_L}{r_f} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{1 + s(T_{q0}'' + T_{d0}') + s^2 T_{d0}' T_f''} \\ &\cong \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_L}{r_f} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{s T_{d0}' (1 + sT_f'')} \quad (\because |s| \gg \frac{1}{T_{d0}'}, T_{d0}' \gg T_{q0}'' > T_f'') \end{aligned} \quad (4 \cdot 27)$$

が得られる。(4 \cdot 27) 式と (4 \cdot 11)' 式を (4 \cdot 22) 式に代入して、

$$I_f(s) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_L}{r_f} \frac{M_{af1}(0)}{s T_{d0}' (1 + sT_f'')} \frac{(1 + sT_{q0}'')}{X_d' (1 + sT_d'')} \quad (4 \cdot 28)$$

が得られ、この場合極は  $s = -1/T_f''$ ,  $-1/T_d''$  の二つである。対応する時間関数は、

$$i_{f2}(t) = I_{f0} K_{d1} \left[ K_{f2} e^{-\frac{t}{T_d''}} - (1 + K_{f2}) e^{-\frac{t}{T_f''}} \right] \cos \delta \quad (4 \cdot 29)$$

$$\text{ここで, } K_{f2} = \frac{T_{q0}'' - T_d''}{T_d'' - T_f''} = \frac{k_{a1}^2 - k_{af}^2}{1 - k_{a1}^2 - (1 - k_{af}^2)(1 - k_{f1}^2)}$$

で与えられる。

$$(5) \quad 1/T_q'' < |s| < 1/T_{q0}''' \text{ の範囲: } M_{af1}(s) = \frac{M_{af1}(0)}{sT_{q0}''}, \quad L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0) \frac{T_f''}{T_{q0}''}$$

より,

$$G(s) \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_0 M_{af1}(0)}{s^2 r_f T_{d0}' T_f''} \quad (4 \cdot 30)$$

となり,  $G(s)$  の極はこの範囲には存在しない。  $I_d(s)$  にも極は存在しないので, この範囲には  $I_f(s)$  の極は存在しない。

(6)  $1/T_{q0}''' \leq |s| \leq 1/T_q'''$  の範囲: 表 2-2 の周波数特性では,  $M_{af1}(s) \cong 0$ ,  $L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0) \frac{T_f''}{T_{q0}''}$  なので,  $G(s) \cong 0$  である。しかし, ここでは過渡特性を考えているので, 付録 A で示した様に,  $M_{af1}(s)$  の極として  $s = -1/T_{q0}'''$  も考慮する必要がある。従って表 2-1 ㉔ の近似式を用いると,

$$M_{af1}(s) = \frac{M_{af1}(0)}{U_1(s)} \cong \frac{M_{af1}(0)}{\frac{\alpha_1 R_{10}}{2p} \sinh(\alpha_1 d_1) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} (1 + sT_{q0}''')} \quad (4 \cdot 31)$$

である。この範囲では  $|\alpha_1 d_1| \gg 1$  なので, (4・31) 式の絶対値は第 1 近似としては 0 としてよいが, 界磁電流の場合は, 時間的変化率 ( $di_f/dt$ ) も界磁巻線の常電導転移からの保護の面から重要なので, 詳しい計算を行う。(4・31) 式と (4・22) 式から

$$I_f(s) \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_L \cos \delta}{r_f T_{d0}'} \frac{M_{af1}(0)}{X_d''} \frac{T_{q0}''}{T_f''} \frac{1}{s(1 + sT_q''')} \frac{1}{\frac{\alpha_1 R_{10}}{2p} \sinh(\alpha_1 d_1) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \quad (4 \cdot 32)$$

が得られ, 極は  $s = -1/T_q'''$  である。対応する時間関数は,

$$i_{f3}(t) = I_{f0} K_{d1} K_{f3} e^{-\frac{t}{T_q'''} \cos \delta} \quad (4 \cdot 33)$$

$$\text{ここで } K_{f3} = \frac{T_{q0}'' T_q'''}{T_d'' T_f''} \frac{d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}}}{\sin \left\{ d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}} \right\}}$$

で与えられる。  $d_1 = 0.01$  [m],  $\sigma_1 = 5 \times 10^8$  [S/m],  $T_q''' = 0.05$  [sec] とすると  $d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}}$

$\left/ \sin \left\{ d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q''}} \right\} \right. = 1.24$  であり,  $T_{qo}'' \geq T_d'', T_f'' \gg T_q'''$  なので,  $K_{f3} \ll 1$  である。

(7)  $1/T_q''' < |s|$  の範囲: (6)の場合と同様に考える。表 2-1 ④の近似式を用いて,

$$M_{afi}(s) = \frac{M_{afi}(0)}{U_1(s)} \cong \frac{M_{afi}(0)}{\frac{\alpha_1 R_{1o}}{2p} \sinh(\alpha_1 d_1) \frac{\alpha_2 R_{2o}}{2p} \sinh(\alpha_2 d_2) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}}$$

(4・34)

である。この範囲の  $M_{afi}(s)$  の極は  $s = -\frac{l^2 \pi^2}{\mu_0 \sigma_k d_k^2}$  ( $k=1, 2, l=1, 2, \dots$ ) であるが, 付録

A に示す様に考慮する必要はない。従って,  $I_d(s)$  の極である  $s = -\frac{1}{T_a} \pm j\omega_0$  が  $I_f(s)$  の極である。(4・22)式から

$$I_f(s) \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_1 \cos \delta}{r_f T_{do}'} \frac{\omega_0 M_{afi}(0)}{s X_d'''} \frac{T_{qo}''}{T_f''} \frac{\left\{ \left( s + \frac{1}{T_a} \right) \sin \delta + \omega_0 \cos \delta \right\}}{\left\{ \left( s + \frac{1}{T_a} \right)^2 + \omega_0^2 \right\}}$$

$$\left/ \left[ \frac{\alpha_1 R_{1o}}{2p} \sinh(\alpha_1 d_1) \frac{\alpha_2 R_{2o}}{2p} \sinh(\alpha_2 d_2) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \right] \right.$$

(4・35)

なので, 対応する時間関数は,

$$i_{fa}(t) = I_{f0} K_{d1} K_{fa} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega t + \delta) \quad (4・36)$$

$$\text{ここで } K_{fa} = \frac{T_{qo}''}{T_d'' T_f'' T_q''' \omega_0^2} \cdot \left| \frac{\alpha_1 d_1}{\sinh(\alpha_1 d_1)} \frac{\alpha_2 d_2}{\sinh(\alpha_2 d_2)} \right|_{s = -\frac{1}{T_a} + j\omega_0}$$

で与えられる。この範囲では  $|\alpha_1 d_1|, |\alpha_2 d_2| \gg 1$ , かつ  $1/T_f'' \ll 1/T_q''' \ll \omega_0$  なので  $K_{fa} \ll 1$  である。

以上の結果をまとめると, 三相突発短絡時の界磁電流の変化分は次の様になる。

$$i_f(t) = i_{f1}(t) + i_{f2}(t) + i_{f3}(t) + i_{fa}(t)$$

$$= I_{f0} K_{d1} \left[ \left\{ e^{-\frac{t}{T_d'}} + K_{f2} e^{-\frac{t}{T_d''}} - (1 + K_{f2}) e^{-\frac{t}{T_f''}} + K_{f3} e^{-\frac{t}{T_q'''}} \right\} \cos \delta \right.$$

$$\left. + K_{fa} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_0 t + \delta) \right] \quad (4・37)$$

全界磁電流は、短絡前の界磁電流に (4・37) 式を加えたものである。前節と同じ数値例で  $R_{f0}/R_{1i} = 0.9$  とすると、2極機では  $0.40 < R_{f0}/R_{ao} < 0.60$ ,  $0.45 < R_{10}/R_{ao} < 0.65$  に対して、

$$0.36 < K_{f2} < 1.38$$

となる。(  $K_{d1}$  は前節で示した。 )  $K_{f3}$ ,  $K_{fa} \ll 1$  なので、これらは  $K_{f2}$  に比べて小さい。即ち、界磁電流の変化分では時定数  $T_d'$ ,  $T_d''$ ,  $T_f''$  の減衰項が主な成分であり、その大きさは、  $i_f(t)/I_{f0}$  で考えると、界磁巻線と電機子巻線、低温ダンパの外径の比  $R_{f0}/R_{ao}$ ,  $R_{10}/R_{ao}$  に依存し、常温ダンパの位置には依存しない。

次に (4・37) 式から、界磁電流の時間変化率は次の様に与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{di_f}{dt} \cong -I_{f0} K_{d1} \left[ \left\{ \frac{1}{T_d'} e^{-\frac{t}{T_d'}} + \frac{K_{f2}}{T_d''} e^{-\frac{t}{T_d''}} - \frac{1+K_{f2}}{T_f''} e^{-\frac{t}{T_f''}} + \frac{K_{f3}}{T_q'''} e^{-\frac{t}{T_q'''}} \right\} \cos \delta \right. \\ \left. + \omega_0 K_{fa} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin(\omega_0 t + \delta) \right] \quad (4 \cdot 38) \end{aligned}$$

(4・38) 式では  $1/T_d' e^{-\frac{t}{T_d'}}$  は他の項に比べて無視でき、減衰振動の項も小さい。即ち界磁電流時間変化率では時定数  $T_d''$ ,  $T_f''$ ,  $T_q'''$  の減衰項が主な成分である。従って、その最大値は、

$$\begin{aligned} \max \left| \frac{di_f}{dt} \right| \cong I_{f0} K_{d1} \frac{K_{f3}}{T_q'''} \cos \delta \\ = I_{f0} \frac{k_{af}^2}{(1-k_{al}^2)(1-k_{fl}^2)} \frac{2p}{\mu_0 \sigma_1 R_{10} d_1 \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \cos \delta \quad (4 \cdot 39) \end{aligned}$$

程度である。従って、界磁電流の時間変化率の最大値は、  $I_{f0}$  との相対値  $\max \left| \frac{d}{dt} \left( \frac{i_f}{I_{f0}} \right) \right|$  で考えると、界磁巻線、低温ダンパ、電機子巻線の半径の比  $R_{ao}/R_{f0}$ ,  $R_{10}/R_{ao}$ ,  $R_{f0}/R_{1i}$  に依存し、低温ダンパの導電率  $\sigma_1$  に反比例する。常温ダンパの位置、導電率には依存しない。数値例では、無負荷からの短絡の場合 ( $\cos \delta = 1$ )、2極機で  $0.40 < R_{f0}/R_{ao} < 0.60$ ,  $0.45 < R_{10}/R_{ao} < 0.65$  に対して、  $0.80 < \max \left| \frac{d}{dt} \left( \frac{i_f}{I_{f0}} \right) \right| < 3.21$  となる。

#### 4.4 低温ダンパ円筒の電流密度の過渡変化

この節では半径、周方向の分布を持つ三相突発短絡時の低温ダンパの電流密度の近似解を求める。電機子電流の  $\epsilon$  相分  $I_\epsilon(s)$  と低温ダンパの電流密度  $I_{1\epsilon}(r, \phi, s)$  との関係は、



$$I_{1\xi}(r, \phi, s) = -\sigma_1 s A_\xi(r, \phi, s), \quad \xi = a, b, c \quad (4 \cdot 40)$$

である。但し、 $A_\xi(r, \phi, s)$ は表 1.3 で与えられる電機子電流がつくるベクトル・ポテンシャルのうち低温ダンパ部 ( $R_{li} \leq r \leq R_{lo}$ ) のものである。(4.40)式で基本波成分のみ考慮して3相分の和を取り d-q 変換すると、電機子電流 d-q 成分と低温ダンパの電流密度の関係式として、

$$\begin{aligned} I_1(r, \phi, s) &= I_{1a}(r, \phi, s) + I_{1b}(r, \phi, s) + I_{1c}(r, \phi, s) \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 s c \left\{ I_d(s) \sin(p\phi) + I_q(s) \cos(p\phi) \right\} \frac{\alpha_1 R_{li} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{li})}{U_1(s)} \end{aligned} \quad (4 \cdot 41)$$

$$\text{ここで, } c = \frac{2\mu_0 N_a}{\pi(1-x_a^2)} f_{al} Y_{al} \left( \frac{R_{li}}{R_{ao}} \right)^p \quad (4 \cdot 42)$$

を得る。時間関数を求めるには界磁電流の場合と同様に(4・41)式を展開定理により、逆ラプラス変換すればよい。 $1/U_1(s)$ の極は付録Aで示した様に  $s = -1/T_{qo}''$ ,  $-1/T_{qo}'''$  の2つであるが、どちらも  $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$  の零点なので、 $I_1(r, \phi, s)$  の極とはならない。 $I_1(r, \phi, s)$ を

$$\left. \begin{aligned} I_1(r, \phi, s) &= I_{1d}(r, s) \sin(p\phi) + I_{1q}(r, s) \cos(p\phi) \\ \begin{bmatrix} I_{1d}(r, s) \\ I_{1q}(r, s) \end{bmatrix} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 s c \frac{\alpha_1 R_{li} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{li})}{U_1(s)} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_q(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 43)$$

と表わすと、 $I_{1d}(r, s)$ の極は  $s = -1/T_d'$ ,  $-1/T_d''$ ,  $-1/T_q'''$ ,  $-1/T_a \pm j\omega_0$ ,  $I_{1q}(r, s)$ の極は  $-1/T_q''$ ,  $-1/T_q'''$ ,  $-1/T_a \pm j\omega_0$  である。各々の極の絶対値に応じて、 $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$ ,  $\alpha_1 R_{li} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{li})$ ,  $U_1(s)$  の近似式を、各々 4・2 節, 表 1・5, 表 2・1 を参照して(4・43)式に代入し、対応する時間関数を展開定理により求めると、以下の様になる。

$$\left. \begin{aligned} i_1(r, \phi, t) &= i_{1d}(r, t) \sin(p\phi) + i_{1q}(r, t) \cos(p\phi) \\ i_{1d}(r, t) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p \frac{V_l}{X_d T_q''} \left[ \left\{ -K_{d1} \frac{T_q''}{T_d'} e^{-\frac{t}{T_d'}} + e^{-\frac{t}{T_d''}} - K_{13} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \cos \delta \right. \\ &\quad \left. - K_{1a} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_0 t + \delta + \theta_{1a}) \right] \\ i_{1q}(r, t) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p \frac{V_l}{X_d T_q''} \left[ \left\{ e^{-\frac{t}{T_q''}} - K_{13} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \sin \delta \right. \\ &\quad \left. - K_{1a} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin(\omega_0 t + \delta + \theta_{1a}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 44)$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \text{ここで } K_{13} = \left( \frac{R_{li}}{r} \right)^{p+\frac{1}{2}} \left[ \cos \left\{ \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''} } (r - R_{li}) \right\} + \frac{p+\frac{1}{2}}{r \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}}} \sin \left\{ \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}} (r - R_{li}) \right\} \right] \\
& \times d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}} / \sin \left( d_1 \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_q'''}} \right) \\
& K_{1a} e^{j\theta_{1a}} = \left[ \frac{1}{s T_q'''} \frac{\alpha_1 d_1}{\sinh(\alpha_1 d_1)} \frac{\alpha_2 d_2}{\sinh(\alpha_2 d_2)} \left( \frac{R_{li}}{r} \right)^{p+\frac{1}{2}} \left\{ \cosh \alpha_1 (r - R_{li}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{p+\frac{1}{2}}{\alpha_1 r} \sinh \alpha_1 (r - R_{li}) \right\} \right]_{s = -\frac{1}{T_a} + j\omega_0}
\end{aligned} \right\} (4 \cdot 45)
\end{aligned}$$

$T_q'' \ll T_d'$  なので  $i_{1d}(r, t)$  の第1項は第2項に比べて小さく無視できる。また

$$|\alpha_1 d_1|_{s = -\frac{1}{T_a} + j\omega_0} > |\alpha_2 d_2|_{s = -\frac{1}{T_a} + j\omega_0} \gg 1 \text{ のとき, } K_{1a} \ll 1 \quad (4 \cdot 46)$$

なので、時定数  $T_d''$ ,  $T_q''$ ,  $T_q'''$  の減衰項が三相突発短絡時の低温ダンパ電流密度の主な成分である。従って、 $i_{1d}(r, t)$ ,  $i_{1q}(r, t)$  の最大値は、

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \max |i_{1d}(r, t)| \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q''} \cos \delta \\
& = \sqrt{\frac{3}{2}} c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p I_s \frac{\cos \delta}{(1 - k_{a1}^2) \frac{\mu_0 R_{10} d_1}{2p} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \\
& \max |i_{1q}(r, t)| \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q''} \sin \delta \\
& = \sqrt{\frac{3}{2}} c \left( \frac{r}{R_{li}} \right)^p I_s \frac{\sin \delta}{(1 - k_{a1}^2) \frac{\mu_0 R_{10} d_1}{2p} \left\{ \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}
\end{aligned} \right\} (4 \cdot 47)
\end{aligned}$$

程度と考えられる。但し、 $\delta$  が小さい状態からの短絡の場合は  $\sin\delta \ll 1$  となるので、 $\max|i_{1q}(r,t)|$  は  $K_{1a}$  に依存することになる。(4・47) 式を用いて第5章で、三相突発短絡時に低温ダンパに働く力、トルクの最大値の解析を行う。

#### 4.5 常温ダンパの電流密度の過渡変化

この節では半径、周方向の分布を持つ三相突発短絡時の常温ダンパの電流密度の近似解を求める。常温ダンパの電流密度と電機子電流 d-q 成分の関係式は、表 1-3 の  $A_a$  のうち常温ダンパ部のもの ( $R_{2i} \leq r \leq R_{2o}$ ) を用いて、低温ダンパの場合と同様にして、

$$\left. \begin{aligned} I_2(r, \phi, s) &= I_{2d}(r, s) \sin(p\phi) + I_{2q}(r, s) \cos(p\phi) \\ \begin{bmatrix} I_{2d}(r, s) \\ I_{2q}(r, s) \end{bmatrix} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{R_{2i}}{R_{1o}} \right)^p \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2p} \alpha_2 R_{2i} \\ &\quad \times \frac{O_{p-1, p+1}(1) O_{p, p+1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} O_{p+1, p+1}(1) O_{p, p-1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i})}{U_1(s)} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_q(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 48)$$

と表わされる。 $I_{2d}(r, s)$ ,  $I_{2q}(r, s)$  の極は各々  $I_{1d}(r, s)$ ,  $I_{1q}(r, s)$  と同じであり、各々の極の絶対値に応じて、 $I_d(s)$ ,  $I_q(s)$ ,  $O_{p\pm 1, p+1}(1)$ ,  $O_{p, p\pm 1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i})$ ,  $u_1(s)$  の近似式を(4・48)式に代入して、対応する時間関数を求めると、以下の様になる。

$$\left. \begin{aligned} i_2(r, \phi, t) &= i_{2d}(r, t) \sin(p\phi) + i_{2q}(r, t) \cos(p\phi) \\ i_{2d}(r, t) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{1o}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q'''} \left[ \left\{ -K_{d1} \frac{T_q'''}{T_d'} e^{-\frac{t}{T_d'}} + \frac{T_q'''}{T_q''} K_{22} e^{-\frac{t}{T_d'}} + K_{23} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \cos \delta \right. \\ &\quad \left. - K_{2a} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) \right] \\ i_{2q}(r, t) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{1o}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q'''} \left[ \left\{ \frac{T_q'''}{T_q''} K_{22} e^{-\frac{t}{T_q''}} + K_{23} e^{-\frac{t}{T_q''}} \right\} \sin \delta \right. \\ &\quad \left. - K_{2a} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 49)$$

$$\left. \begin{aligned}
\text{ここで, } K_{22} &= 1 - \frac{T_{11}}{T_d''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} \\
K_{23} &= \frac{T_{11}}{T_q''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} \\
K_{2a} e^{j\theta_{2a}} &= \frac{T_{11}}{T_q''} \left[ \frac{\alpha_2 d_2}{\sinh(\alpha_2 d_2)} \sqrt{\frac{R_{2i}}{r}} \left\{ \cosh \alpha_2 (r - R_{1i}) + \frac{p + \frac{1}{2}}{\alpha_2 r} \sinh \alpha_2 (r - R_{2i}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left( \frac{R_{10}}{R_{2i}} \right)^{2p} \left( \cosh \alpha_2 (r - R_{2i}) - \frac{p - \frac{1}{2}}{\alpha_2 r} \sinh \alpha_2 (r - R_{2i}) \right) \right\} \right]_{s = -\frac{1}{T_a} + j\omega_0}
\end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 50)$$

$T_q''' \ll T_d'' \ll T_d'$  なので,  $i_{2d}(t)$  の第 1, 2 項と,  $i_{2q}(t)$  と第 1 項は他の項に比べて小さい。即ち, 時定数  $T_q'''$  の減衰項と, 時定数  $T_a$  角周波数  $\omega_0$  の減衰振動項が, 三相突発短絡時の常温ダンパ電流密度の主な成分である。

3・3 節で述べた様に  $T_q'''$  は数十 msec 程度であり, 減衰振動成分の周期 (60 Hz で 16.7 msec) よりかなり大きい。従って (4・49) 式の最大値は  $\cos(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) \cong -1$ , または  $\sin(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) \cong -1$  とし,  $K_{2a} \cong K_{23}$  として,

$$\left. \begin{aligned}
\max |i_{2a}(r, t)| &\cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} (1 + \cos \delta) \\
&= \sqrt{\frac{3}{2}} c \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^p I_s \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} (1 + \cos \delta)}{(1 - k_{a2}^2) \frac{\mu_0 R_{20} d_2}{2p} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} (1 - k_{a1}^2) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \\
\max |i_{2q}(r, t)| &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^p \frac{V_L}{X_d T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} (1 + \sin \delta) \\
&= \sqrt{\frac{3}{2}} c \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^p I_s \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} (1 + \sin \delta)}{(1 - k_{a2}^2) \frac{\mu_0 R_{20} d_2}{2p} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} (1 - k_{a1}^2) \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}
\end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 51)$$

程度と考えられる。(4・51)式を用いて、第5章で、三相突発短絡時に常温ダンパに働く力、トルクの最大値の解析を行なう。

#### 4.6 数値例

この節では、前節までの解析の結果得られた近似式によって三相突発短絡時の超電導発電機の電機子電流、界磁電流、界磁電流変化率、低温ダンパ電流密度、常温ダンパ電流密度の時間的変動を計算し、変形ベッセル関数を含む理論式を数値逆ラプラス変換した結果と比較する。

超電導発電機が商用機として電力系統に導入される場合には、単機容量として数百 MVA 以上が必要と考えられる<sup>(17)</sup>。従って、定格容量 1 GVA、定格電圧 40 kV 程度の超電導発電機として、表 4-1 に与えたような構造パラメータの値を持つものを考える。

表 4-1 の構造パラメータの値を持つ 1 GVA 級の超電導発電機が、定格電圧、定格電流、力率 0.9 ( $\delta=18.1^\circ$ ) の状態から、発電機端子において  $t=0$  に三相突発短絡を起こした場合の各部の波形を、前節までの計算式により  $0 \leq t \leq 2.0$  (sec) の区間で描いたのが図 4-1 である。また変形ベッセル関数を含む理論式を数値逆ラプラス変換<sup>(21)(22)</sup>により計算した波形を図 4-2 に示す。図 4-3, 4-4 は、 $0 \leq t \leq 0.16$ (sec) の区間で各々、近似式、数値逆ラプラス変換により計算したものである。図 4-1 ~ 4-4 で低温ダンパ、常温ダンパの電流密度は各々外側の表面 ( $r = R_{10}, R_{20}$ ) におけるものである。電機子電流、界磁電流、界磁電流変化率については近似解析解は数値逆ラプラス変換による理論値と良く一致しており、近似計算式の妥当性が裏付けられた。

ダンパ円筒の電流密度については両者はほぼ一致しているが、角周波数  $\omega_0$  の減衰振動項の振幅に違いが認められる。これは、減衰振動項に対応する極が存在する  $|s|$  が大きい領域 (うず電流が表面に集中する場合) においてうず電流の解析を行なう場合は、電機子電流や界磁電流の場合に比べて近似式の精度はやや低くなることを示している。ダンパ円筒電流密度の最大値についても、(4・47), (4・49) 式から計算すると、 $\max |i_{1d}(R_{10}, t)| \cong 7.2 \times 10^8$  [A/m<sup>2</sup>],  $\max |i_{1q}(R_{10}, t)| \cong 2.4 \times 10^8$  [A/m<sup>2</sup>],  $\max |i_{2d}(R_{20}, t)| \cong 1.3 \times 10^9$  [A/m<sup>2</sup>],  $\max |i_{2q}(R_{20}, t)| \cong 8.5 \times 10^8$  [A/m<sup>2</sup>] となり、図 4-3 の波形と比べると、 $i_{2d}, i_{2q}$  については 2% 程度の誤差であるが、 $i_{1d}$  については 15%,  $i_{1q}$  については 30% 程度の誤差がある。これは低温ダンパの方が導電率が高く表皮効果が大いので減衰振動項の誤差が常温ダンパの場合より大きいためである。特に  $i_{1q}$  については前に述べた様に  $\delta$  が小さい影響も受けている。

表 4-1 1 GVA 級超電導発電機の構造パラメータの例

定格容量	938	MVA
定格電圧	40.6	kV
定格電流	13.3	kA
極 数	2	
定格回転数	3600	rpm
界磁巻線		
内 径	0.51	m
外 径	0.64	m
巻 数	1600	
低温ダンパ		
厚 さ	0.005	m
外 径	0.74	m
導電率	$5.2 \times 10^8$	S/m
常温ダンパ		
厚 さ	0.01	m
外 径	0.90	m
導電率	$5.3 \times 10^7$	S/m
電機子巻線		
内 径	1.04	m
外 径	1.30	m
巻 数	24	
外部機械シールド (鉄)		
内 径	1.63	m
機器定数		
リアクタンス		時定数
$X_d$	0.43 p. u.	$T_d'$ 470 sec
$X_d'$	0.30 p. u.	$T_d''$ 0.47 sec
$X_d''$	0.20 p. u.	$T_q'''$ 26 msec
$X_d'''$	0.12 p. u.	

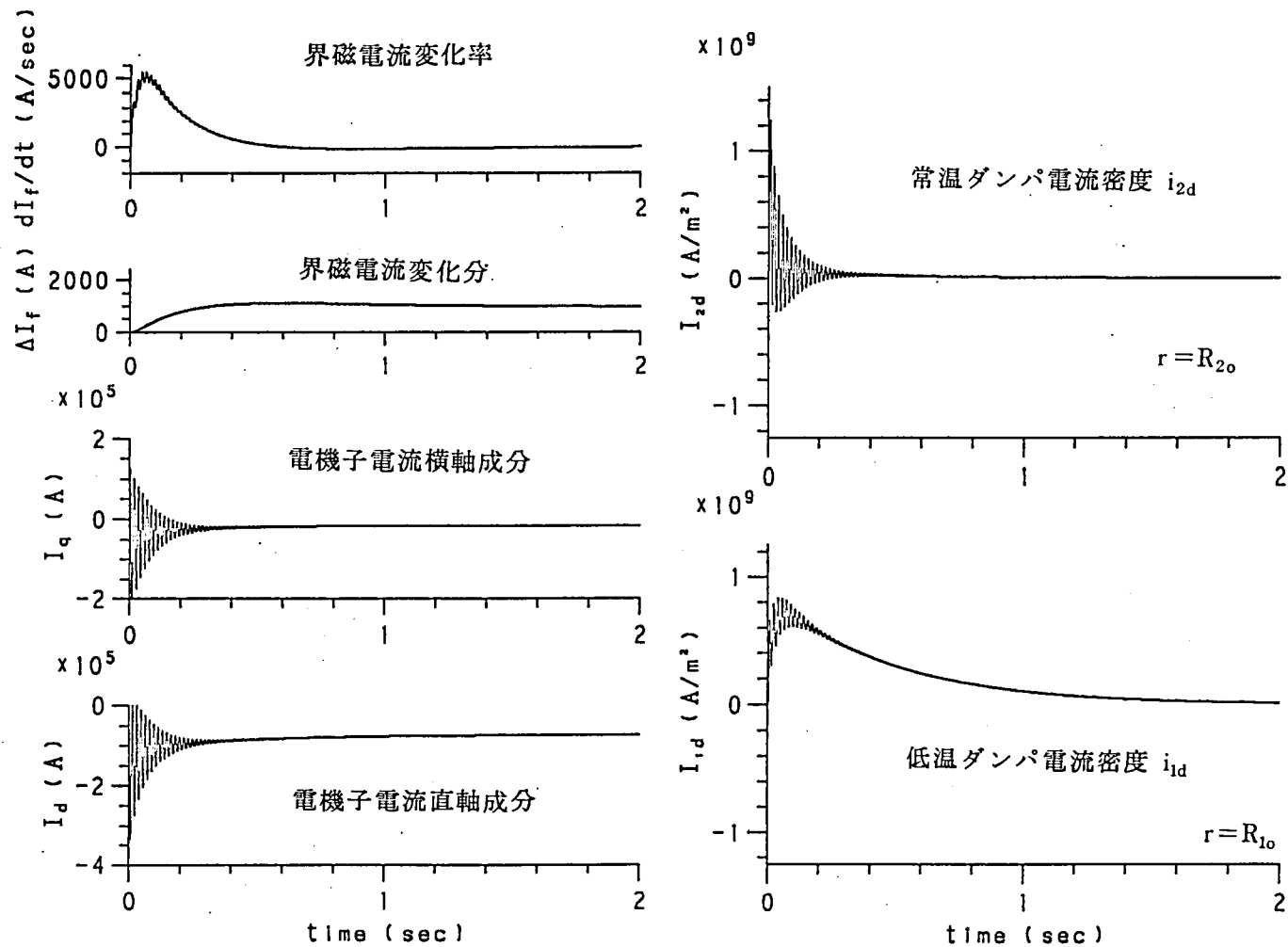


図 4-1 近似理論式による三相突発短絡時の各部の波形 ( $0 \leq t \leq 2.0$  sec)

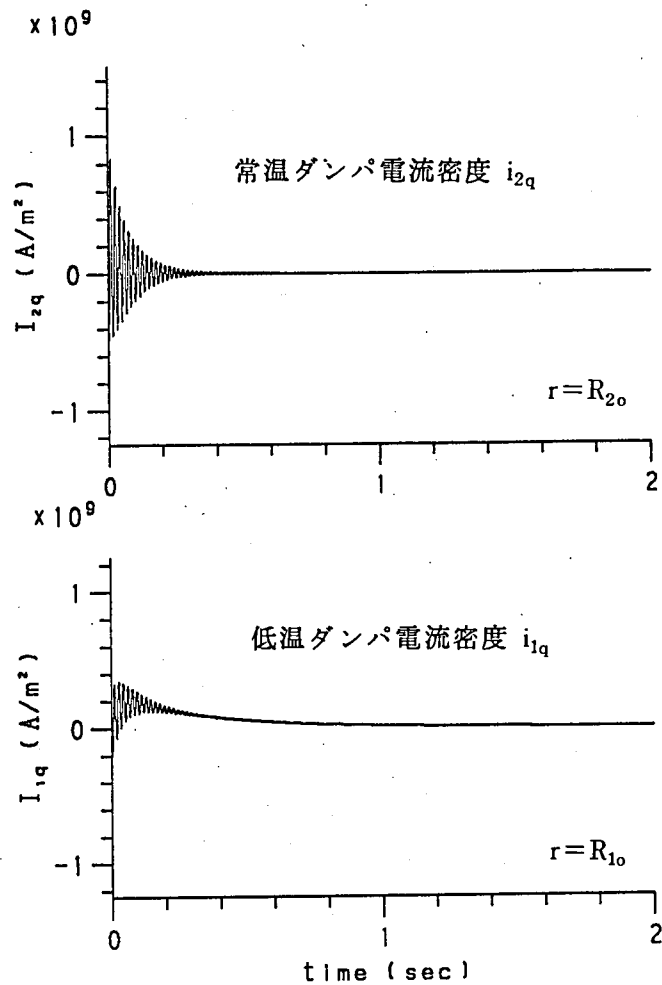


図4-1 (続き)

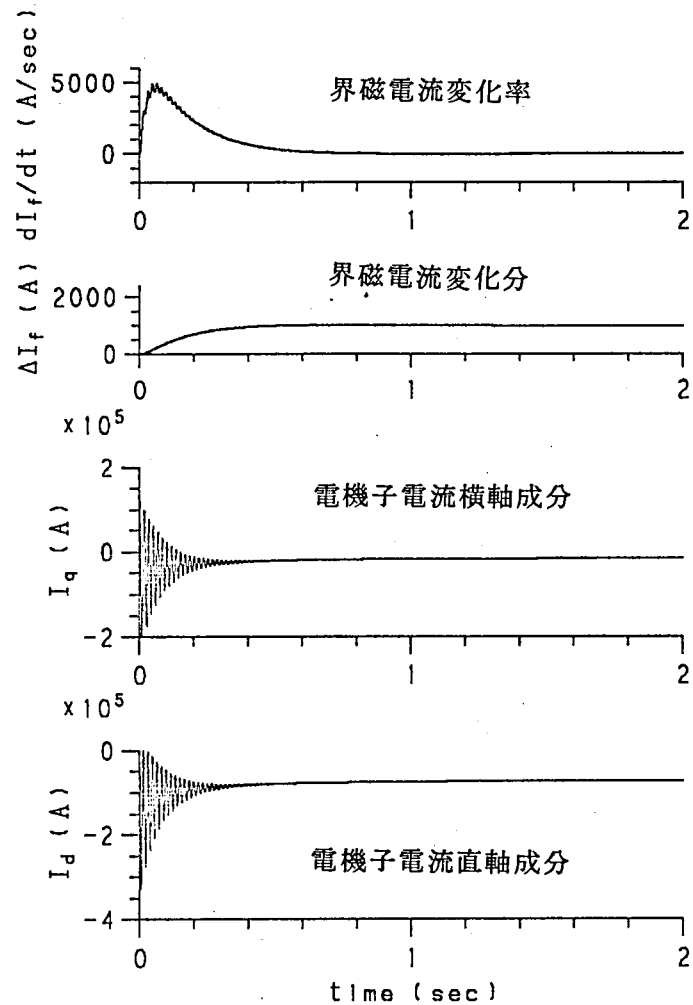


図4-2 数値逆ラプラス変換による三相突発短絡時の各部の波形 ( $0 \leq t \leq 2.0$  sec)



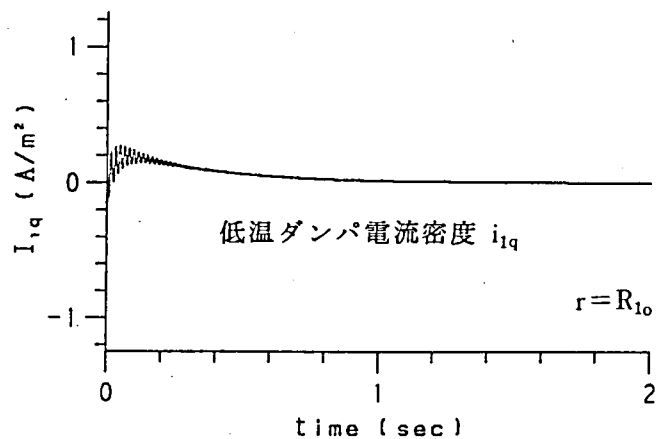
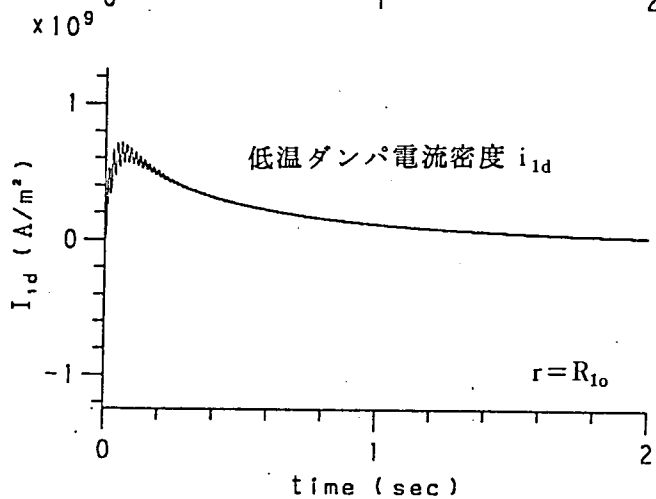
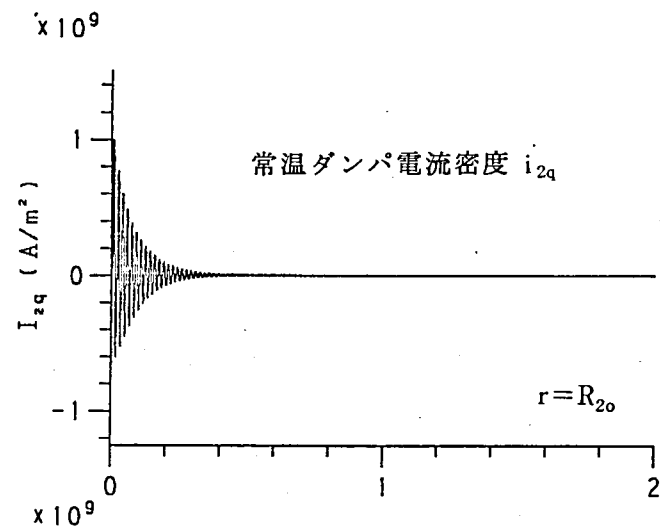
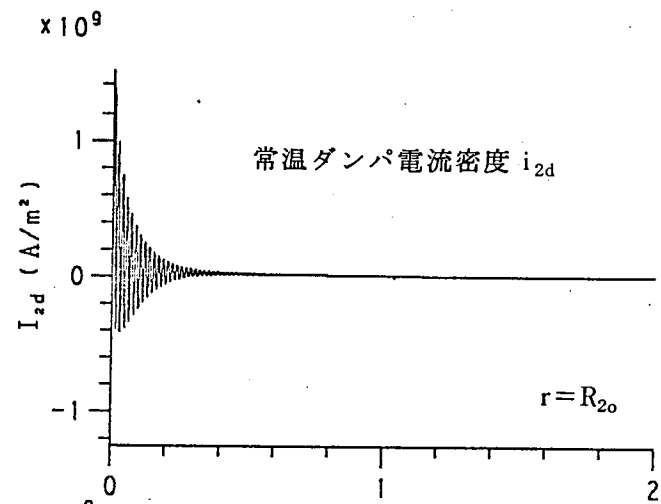


図 4-2 ( 続き )

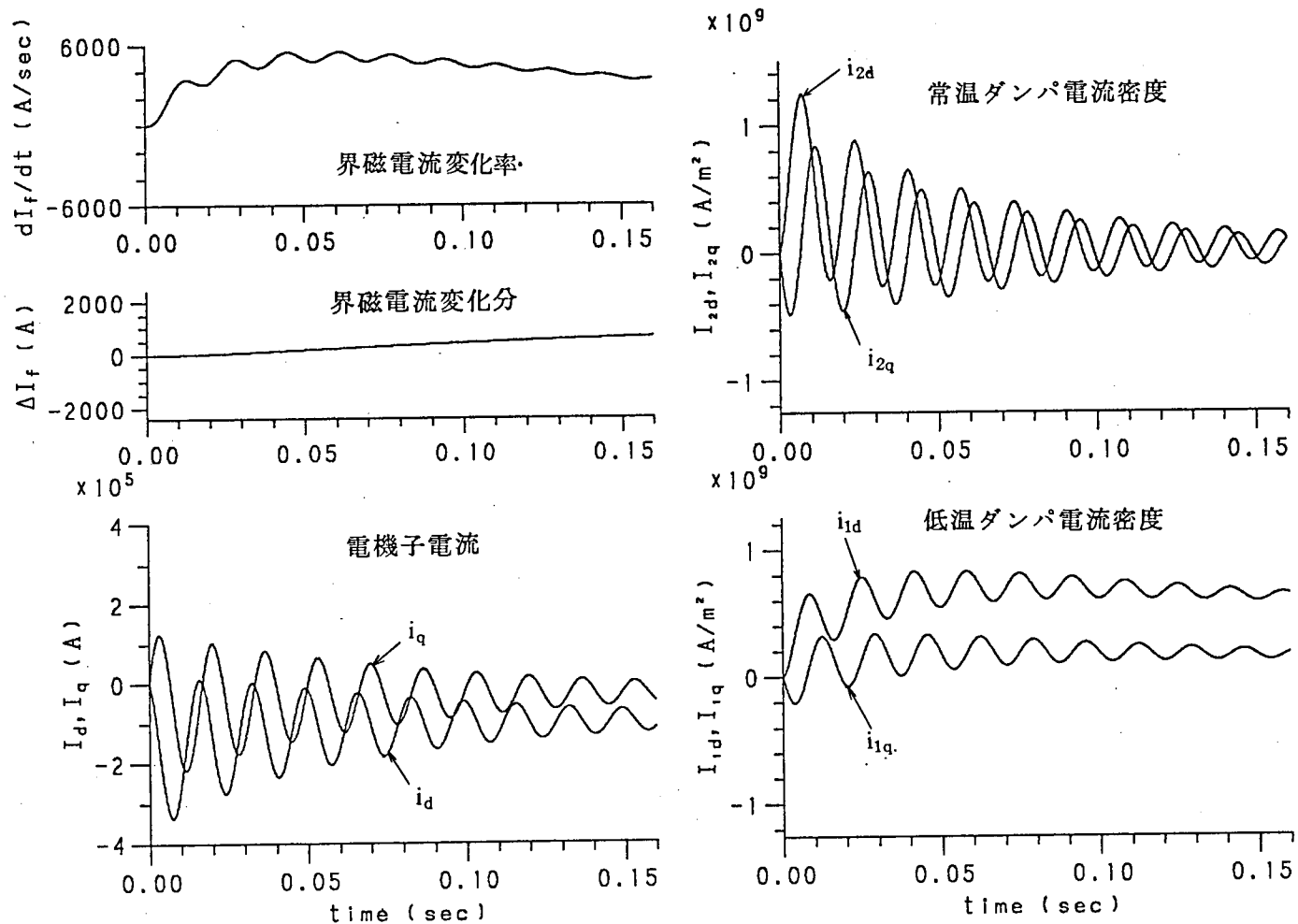


図 4-3 近似理論式による三相突発短絡時の各部の電流 ( $0 \leq t \leq 0.16$  sec)

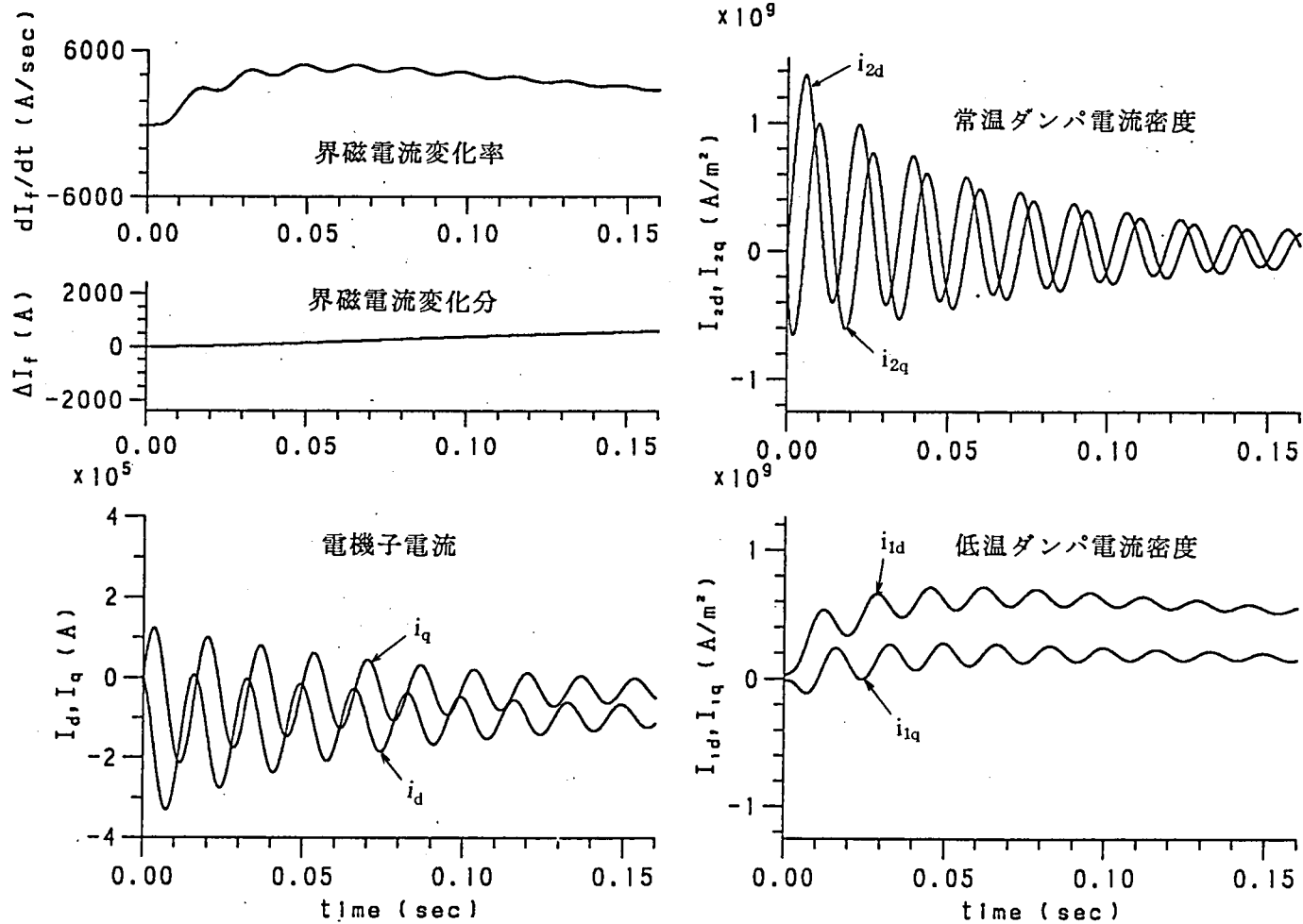


図 4-4 数値逆ラプラス変換による三相突発短絡時の各部の電流 ( $0 \leq t \leq 0.16$ sec)

#### 4.7 むすび

オペレーショナルインピーダンスの有理関数近似式を用いて、ヘビサイドの展開定理により、三相突発短絡時の電機子電流、界磁電流、ダンパ円筒の電流密度の過渡変化を解析的に求めた。近似解析解に対する考察から得られた結果をまとめると、以下の様になる。

- i) 電機子電流  $d, q$  成分の変化は、時定数  $T_d', T_d'', T_q'', T_q'''$  の減衰項と角周波数  $\omega_0$  の減衰振動項からなることを示した。これは従来機の場合と同様であるが、二重ダンパ構造のため  $T_q'''$  という常温ダンパに起因する時定数を持つ減衰項が存在する。減衰振動項の減衰時定数である電機子巻線時定数は  $T_a = X_d''' / (\omega_0 r_a)$  となる。また従来機と同様に三相突発短絡試験により、過渡リアクタンス  $X_d', X_d'', X_d'''$ 、時定数  $T_d', T_d'', T_q'''$  の値を求めることができる。
- ii) 界磁電流の変化分では、時定数  $T_q'''$  の減衰項と減衰振動項は小さく時定数  $T_d', T_d'', T_f''$  の減衰項が主な成分である。界磁電流の時間変化率 ( $di_f / dt$ ) では、時定数  $T_d'$  の減衰項と減衰振動項は小さく時定数  $T_d'', T_f'', T_q'''$  の減衰項が主な成分である。
- iii) 低温ダンパの電流密度では、時定数  $T_d'$  の減衰項と減衰振動項は小さく時定数  $T_d'', T_q'', T_q'''$  の減衰項が主な成分である。常温ダンパの電流密度では、時定数  $T_d', T_d'', T_q''$  の減衰項は小さく、時定数  $T_q'''$  の減衰項と時定数  $T_a$  角周波数  $\omega_0$  の減衰振動項が主な成分である。
- iv) 電機子電流、界磁電流各々の主な成分の大きさは、電機子巻線と界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパの外径の比に依存することを示し、それらの関係を明らかにした。数値的な検討も行った。
- v) 1 GVA 級の構造パラメータの値を持つ超電導発電機に対して近似式を適用した解析結果は、電機子電流、界磁電流については理論式を数値逆ラプラス変換したものと良く一致した。従って、近似式による結果を用いて、超電導発電機の過渡現象解析を十分な精度で行うことができる。ダンパ円筒の電流密度についても両者は大体において良く一致しており、近似解析解の有効性が確められた。但し、ダンパ円筒電流密度では減衰振動項については近似式の精度はやや低くなる。

## 第5章 二重ダンパ円筒のしゃへい、制動効果及び それらに働く過渡的な力の解析

### 5.1 まえがき

超電導発電機は二重の導電性ダンパ円筒を備えている。それらの電氣的な機能は、超電導界磁巻線を電機子側からの交流磁界からしゃへいすることと、従来機の制動巻線の機能である回転子の動揺抑制の二つである。本章ではまずこれらの機能が二つのダンパにおいてどの様に働いているかを解析する。そのために、電機子巻線に平衡三相交流が流れ、回転子がすべりSで定常回転している状態を考え、しゃへい効果、制動効果の基準として各々しゃへい比、制動トルクを定義する。第1, 2章の結果を用いて、しゃへい比、制動トルクの理論式を導出し、理論式に帯域別の近似式を適用して、しゃへい比、制動トルクの周波数特性について議論する。そしてそれらの周波数特性と構造パラメータの関係について検討する。

ダンパ円筒は上述の機能を持つが、低温ダンパ、常温ダンパ共に導電性薄肉円筒(通常は銅)なので、機械的強度は小さい。機械的強度の点からは過渡時に働く過渡的なトルク、半径方向応力の最大値が問題となる。どの程度の力が過渡時にダンパ円筒に働くかを知るために、第4章の結果を用いて、発電機端子で三相突発短絡が生じた場合に低温、常温ダンパに働くトルクと半径方向応力の最大値を与える近似式を導く。そしてそれらの最大値が実用規模の1GVA級の超電導発電機でどの程度の値を取るかを検討する。

### 5.2 ダンパ円筒の交流磁界しゃへい効果<sup>(23)</sup>

この節では、ダンパ円筒が界磁巻線を電機子電流による交流磁界からどの様にしゃへいするかを解析する。

電機子巻線に、

$$i_{\xi}(t) = \sqrt{2} I_a \cos \left( \omega_0 t - \frac{2}{3} m\pi \right) \quad (5 \cdot 1)$$

$\xi = a, b, c$ で各々に対して  $m = 0, 1, 2$

$I_a$  : 定格電機子電流

で表わされる三相交流が流れ、回転子がすべりSで、

$$p\phi_a = (1-S)\omega_0 t + p\phi_0 \quad (5 \cdot 2)$$

の関係を保って定常回転している状態を考える。ここで $\phi_a$ は直軸とa相軸のなす機械角で、 $\phi_0$ は $t=0$ の時の $\phi_a$ の値である。電機子電流による回転磁界の角周波数は $\omega_0$ なので、角周波数 $\omega = S\omega_0$ の交流磁界が回転子上に生じる。

この時d-q-0座標変換式(2・7)式を用いると、電機子電流直軸、横軸成分は、

$$\left. \begin{aligned} i_d(t) &= \sqrt{3} I_a \cos(S\omega_0 t - p\phi_0) \\ i_q(t) &= -\sqrt{3} I_a \sin(S\omega_0 t - p\phi_0) \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 3)$$

となり、ダンパ円筒には角周波数 $\omega = S\omega_0$ のうず電流が流れる。それによって界磁巻線は電機子側からの交流磁界からしゃへいされる。

### 5.2.1 シャへい比

ダンパ円筒のしゃへい効果の基準としてしゃへい比を、2重のダンパ円筒が共に存在する時と、両方ともに存在しない時の電機子電流空間基本波成分による界磁部分の磁界の大きさの比と定義する。まず電機子電流空間基本波成分による界磁部分のベクトル・ポテンシャルは、(1・20)式を参照して電機子a, b, c相分の和を取り、d-q変換することにより、

$$A_{a1}(r, \phi, s) = \sqrt{\frac{3}{2}} A_{a1}(r, s) \{ I_d(s) \sin(p\phi) + I_q(s) \cos(p\phi) \}$$

と表わされる。従って、界磁部分の磁界の大きさは、 $B = \text{rot } A$  と、表1-3領域Ⅰ, Ⅱ, Ⅲの部分を用いて、

$$\begin{aligned} \sqrt{B_{r1}^2(r, \phi, s) + B_{\phi1}^2(r, \phi, s)} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0}{2\pi} \Delta N_a \sin \frac{p\theta_a}{2} \\ &\times R_{a0}^2 Y_{a1} \frac{r^{p-1}}{R_{a0}^p} \frac{1}{U_1(s)} \sqrt{I_d^2(s) + I_q^2(s)} \end{aligned}$$

となる。この式でダンパ円筒のパラメータは $U_1(s)$ にのみ表われる。そして、ダンパ円筒が存在しない時(即ち $d_1 = d_2 = 0$ )、変形ベッセル関数の漸化公式<sup>(8)</sup>より $U_1(s) = 1$ である。従って、しゃへい比を $H(j\omega)$ とすると、

$$H(j\omega) = \frac{\sqrt{B_{r1}^2(r, \phi, j\omega) + B_{\phi1}^2(r, \phi, j\omega)}}{\sqrt{B_{r1}^2(r, \phi, j\omega) + B_{\phi1}^2(r, \phi, j\omega)} \Big|_{d_1=d_2=0}} = \frac{|U_1(j\omega)|_{d_1=d_2=0}}{|U_1(j\omega)|} = \frac{1}{|U_1(j\omega)|} \quad (5 \cdot 4)$$

となる。  $U_1(s)$  は表 2-1 の様に  $s$  の絶対値に応じて近似される。従って  $H(j\omega)$  の周波数特性は、帯域別に、

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & : \textcircled{a} \quad |\alpha_k d_k| \ll |\alpha_k R_k| \ll 1, k=1,2 \\ \frac{1}{|1+j\omega T_{q0}''|} & : \textcircled{b} \quad |\alpha_1 d_1| \ll 1 \ll |\alpha_1 R_1| \\ & \quad |\alpha_2 d_2| \ll |\alpha_2 R_2| \ll 1 \\ \frac{1}{|j\omega T_{q0}''(1+j\omega T_{q0}''')|} \cdot \left| \frac{\alpha_1 d_1}{\sinh(\alpha_1 d_1)} \right| & : \textcircled{c} \quad 1 \ll |\alpha_1 d_1| \ll |\alpha_1 R_1| \\ & \quad |\alpha_2 d_2| \ll 1 \ll |\alpha_2 R_2| \\ \frac{1}{|j\omega T_{q0}'' \cdot j\omega T_{q0}'''|} \cdot \left| \frac{\alpha_1 d_1}{\sinh(\alpha_1 d_1)} \cdot \frac{\alpha_2 d_2}{\sinh(\alpha_2 d_2)} \right| & : \textcircled{d} \quad 1 \ll |\alpha_k d_k| \ll |\alpha_k R_k|, k=1,2 \end{cases} \quad (5.4')$$

ここでは、  $\alpha_k = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_k}$  ,  $k=1, 2$

と表わされる。①～④の分類は、第2章2.3.1におけるものである。(5.4)'式から以下の様なことがわかる。

領域①では、どちらのダンパ円筒にもうず電流は流れず、しゃへい効果はない。領域②では、うず電流は低温ダンパのみに一様に流れ、しゃへい比は時定数  $T_{q0}''$  の一次遅れで表現できる。従って  $\omega_{11} = 1/T_{q0}''$  とおくと、  $\omega > \omega_{11}$  の範囲では低温ダンパのうず電流によるしゃへい効果がある。領域③では、うず電流は、低温ダンパでは表面にのみ流れ、常温ダンパでは一様に流れる。この領域では、  $|\alpha_1 d_1| \gg 1$  なのでしゃへい効果は指数関数的に増加し、  $H(j\omega) \ll 1$  である。領域④では、常温ダンパでもうず電流は表面にのみ流れる。  $|\alpha_2 d_2| \gg 1$  となるので、  $H(j\omega)$  は更に小さくなる。即ち、しゃへい機能は領域②より角周波数が大きい領域で働く。従って、しゃへい機能は主に低温ダンパのうず電流効果によることがわかる。

次に常温ダンパのしゃへい効果を考えるために、常温ダンパが存在する時と存在しない時の界磁部分の磁界の大きさの比を考える。(低温ダンパはどちらの場合も存在するとする)これを  $H'(j\omega)$  とすると、(5.4)式と同様に、

$$H'(j\omega) = \frac{|U_1(j\omega)|_{d_2=0}}{|U_1(j\omega)|} \quad (5.5)$$

$$= \frac{\left| O_{p-1, p+1}(1) \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} O_{p+1, p+1}(1) \right|_{s=j\omega}}{|U_1(j\omega)|}$$

となる。 $H(j\omega)$ の場合と同様に表1-5と表2-1を参照すると、 $H'(j\omega)$ の周波数特性は帯域別に、

$$H'(j\omega) = \begin{cases} 1 & : \textcircled{a}, \textcircled{b} \\ \frac{1}{|1 + j\omega T_{q0}'''|} & : \textcircled{c} \\ \frac{1}{|j\omega T_{q0}'''|} \cdot \left| \frac{\alpha_2 d_2}{\sinh(\alpha_2 d_2)} \right| & : \textcircled{d} \end{cases} \quad (5.5')$$

の様に近似される。 $(5.5)'$ 式と $(5.4)'$ 式を比較すると、 $(5.5)'$ 式の領域 $\textcircled{a}$ ,  $\textcircled{b}$ は $(5.4)'$ 式の領域 $\textcircled{a}$ に、 $(5.5)'$ 式の領域 $\textcircled{c}$ ,  $\textcircled{d}$ は $(5.4)'$ 式の $\textcircled{b}$ ,  $\textcircled{c}$ に各々対応していると考えられる。従って、 $\omega_{12} = 1/T_{q0}'''$ とおくと、領域 $\textcircled{c}$ の $\omega > \omega_{12}$ の範囲では常温ダンパのしゃへい効果があり、領域 $\textcircled{d}$ では常温ダンパの表皮効果によって十分なしゃへい効果が得られる。2.3.1で述べた様に通常  $T_{q0}'' \gg T_{q0}'''$  なので、角周波数が $\omega_{12}$ 以上の交流磁界はまず常温ダンパによるしゃへい効果を受け、更に低温ダンパによるしゃへい効果を受けることになる。

$H(j\omega) \ll 1$ ,  $H'(j\omega) \ll 1$ となるための条件は、各々  $|\alpha_1 d_1| \gg 1$ ,  $|\alpha_2 d_2| \gg 1$  である。この条件は表皮厚さ  $\delta_k = \sqrt{2/(\mu_0 \sigma_k \omega)}$  ( $k=1, 2$ )を用いると、 $\delta_k \ll d_k$  となる。従って

$\delta_k = d_k$  となる角周波数  $\frac{2}{\mu_0 \sigma_k d_k^2}$  をしゃへい効果の目安として考える。

$\omega_{2k} = 2/(\mu_0 \sigma_k d_k^2)$  とおき、 $\omega = \omega_{2k}$ の時の $H(j\omega)$ ,  $H'(j\omega)$ を各々 $(5.4)'$   $\textcircled{b}$ ,  $(5.5)'$   $\textcircled{c}$ の一次遅れの近似式で考えると、

$$\left. \begin{aligned} \omega = \omega_{21} \text{の時} \quad H(j\omega) &= p \frac{d_1}{R_{10}} \frac{1}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \\ (\delta_1 = d_1) \\ \\ \omega = \omega_{22} \text{の時} \quad H'(j\omega) &= p \frac{d_2}{R_{20}} \frac{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}} \\ (\delta_2 = d_2) \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

となる。通常  $d_1/R_{10} \ll 1$  なので $(5.6)$ 式で $H(j\omega) \ll 1$ である。従って、 $\omega_{21}$ より高い角周波数の交流磁界に対しては、低温ダンパが十分なしゃへい効果を持つと考えられる。 $H'(j\omega)$



についても、 $d_2/R_{20} \ll 1$  から  $H'(j\omega) \ll 1$  である。従って、 $\omega_{22}$  より高い角周波数の交流磁界に対しては、常温ダンパも十分なしゃへい効果を持つと考えられる。

超電導発電機では通常  $\sigma_1 \gg \sigma_2$  なので、 $d_1 \cong d_2$  であれば  $\omega_{21} \ll \omega_{22}$  が成立つ。従って界磁巻線部分のしゃへい効果の目安となる角周波数は  $\omega_{21}$  である。電機子側からの交流磁界の角周波数としては、回転子動揺によるもの（周波数で  $1 \sim 2 \text{ Hz}$ 、 $\omega_h$  とする）、突発短絡時の電機子電流によるもの（ $\omega_0$ ：同期角周波数）、定格回転時の逆相電流によるもの（ $2\omega_0$ ）が考えられるが、そのうちで一番低い  $\omega_h$  において十分なしゃへい効果が得られれば、それより高い周波数ではより十分なしゃへい効果が得られる。従って、 $\omega_{21} \lesssim \omega_h$  とすることがしゃへい機能に関する設計の基準になると考えられる。 $\omega_{21} = 2/(\mu_0 \sigma_1 d_1^2)$  なので、低温ダンパの導電率  $\sigma_1$  を 2 倍にすれば  $\omega_{21}$  は  $1/2$  倍になり、低温ダンパの厚さ  $d_1$  を 2 倍にすれば  $\omega_{21}$  は  $1/4$  倍になる。

### 5.2.2 数値例

第 4 章 4.6 節の数値例に示した構造パラメータによって  $H(j\omega)$ 、 $H'(j\omega)$  の周波数特性を描いたのが図 5-1 である。 $\omega = S\omega_0$  なので図の x 座標はすべり  $S$  としている。図中実線は、

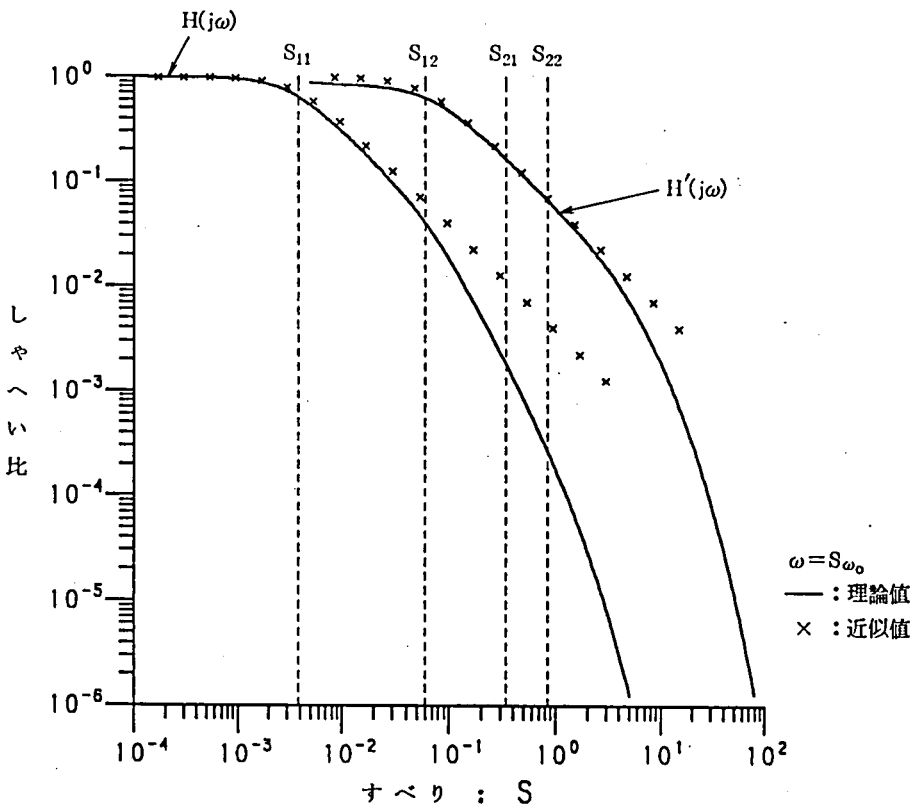


図 5-1 しゃへい比の周波数特性の例

(5・4), (5・5)式による理論値を, ×印は(5・4)'式⑥, (5・5)'式⑦による一次遅れの近似値を示す。 $\omega_{jk}(j, k=1, 2)$ に対応するすべりを $S_{jk}$ (図では破線で示す)とすると, この例では,  $S_{11}=3.78 \times 10^{-3}$ ,  $S_{21}=3.38 \times 10^{-1}$ ,  $S_{12}=5.92 \times 10^{-2}$ ,  $S_{22}=8.44 \times 10^{-1}$ である。

$H(j\omega)$ については $S \leq S_{12}$ の範囲では近似値は理論値とよく一致している。 $S \geq S_{12}$ の時近似値が理論値より大きくなるのは,  $S \geq S_{12}$ では常温ダンパのしゃへい効果が表われるのを近似式では考慮していないためである。近似値の方が理論値より大きいので近似式による議論で十分である。 $H'(j\omega)$ については $S \leq S_{22}$ の範囲では近似値は理論値とよく一致している。

なお, この数値例では $\sigma_1=5.2 \times 10^8$  [S/m],  $d_1=5.0$  [mm]であって $S_{21}$ 即ち $\omega_{21}$ に対応する周波数は約20 Hzである。これを回転子動揺周波数(1~2 Hz)に大体等しくするには, 例えば $\omega_{21}$ は $d_1^2$ に反比例するので $d_1$ を $\sqrt{(20/1)} \sim \sqrt{(20/2)}$ 倍厚くすればよい。 $d_1$ を4倍にして2 [cm]とすると $S_{21}=2.11 \times 10^{-2}$ となり対応する周波数は1.27 Hzとなる。

### 5.3 ダンパ円筒の制動効果

この節ではダンパ円筒の制動効果を制動トルクを用いて考える。

前節と同じく, 電機子巻線に(5・1)式で表わされる三相交流が流れ, 回転子がすべり $S$ で(5・2)式の関係を保って定常回転している状態を考える。この時にダンパ円筒に流れる角周波数 $\omega (=S\omega_0)$ のうず電流と回転子に対して角速度 $\omega$ で回転する電機子電流空間基本波成分による磁界によるトルク $J_{Dk}(j\omega)$ , ( $k=1, 2$ )は付録Cで示すようにダンパ円筒で消費されるジュール損/すべり角周波数( $\omega/p$ :機械角)に等しい。従って, ダンパ円筒の電流密度の複素表示を $I_k(j\omega)$ とすると,

$$J_{Dk}(j\omega) = \lambda_k \frac{p^2}{\omega} \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \frac{I_k(j\omega) I_k(-j\omega)}{2\sigma_k} r dr d\phi \quad [\text{Nm}] \quad (5 \cdot 7)$$

で与えられる。但し,  $\lambda_k$  [m] はダンパ円筒の有効長である。

#### 5.3.1 低温ダンパの制動トルク

低温ダンパの電流密度と電機子電流の関係を考える。その関係式は(4・41)式で与えられている。電機子電流が(5・1)式で表わされるので, (5・3)式より,

$$i_d(t) \sin(p\phi) + i_q(t) \cos(p\phi) = \sqrt{3} I_a \sin(S\omega_0 t - p\phi - p\phi_0) \quad (5 \cdot 8)$$

となる。従って(5・8)式を複素表示すると,

$$I_d(j\omega) \sin(p\phi) + I_q(j\omega) \cos(p\phi) = j\sqrt{3} I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \quad (5 \cdot 9)$$

となる。従って、低温ダンパ電流密度の複素表示は、

$$I_1(j\omega) = \frac{3}{\sqrt{2}} \omega \sigma_1 c I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \frac{\alpha_1 R_{1i} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{1i})}{U_1(j\omega)} \quad (5 \cdot 10)$$

となる。ここでは、 $\alpha_1 = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_1}$  である。(5・10)式を(5・7)式に代入すると、低温ダンパに働くトルク  $J_{D1}(j\omega)$  は、

$$J_{D1}(j\omega) = \frac{9}{2} \pi \omega \lambda_1 \sigma_1 c^2 I_a^2 \frac{G_{p+1, p+1}(1)}{U_1(j\omega) U_1(-j\omega)} \quad (5 \cdot 11)$$

$$\begin{aligned} \text{但し、} G_{p+1, p+1}(1) &= \int_{R_{1i}}^{R_{1o}} \alpha_1 R_{1i} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{1i}) \bar{\alpha}_1 R_{1i} O_{p, p+1}(\bar{\alpha}_1 r, \bar{\alpha}_1 R_{1i}) r dr \\ &= \frac{|\alpha_1 R_{1i}|^2}{2\alpha_1^2} \{ \alpha_1 R_{1o} \bar{O}_{p, p+1}(1) O_{p+1, p+1}(1) \\ &\quad - \bar{\alpha}_1 R_{1o} O_{p, p+1}(1) \bar{O}_{p+1, p+1}(1) \} \end{aligned} \quad (5 \cdot 12)$$

$\bar{z}$  :  $z$  の共役複素数

の様に与えられる。(5・12)式の導出は付録Dに示した。

$J_{D1}(j\omega)$  の周波数特性を考える。しゃへい比の場合と同様に㉔, ㉕, ㉖, ㉗の4つの帯域に分けて考える。

まず、領域㉔では、表1-5㉔, 表2-1㉔の近似式と(5・11), (5・12)式から  $J_{D1}(j\omega)$  は単調増加である。

次に、領域㉕では(5・12)式に表1-5㉕と表2-1㉕の近似式を適用すると、

$$\frac{G_{p+1, p+1}(1)}{U_1(j\omega) U_1(-j\omega)} \cong \frac{2p}{\mu_0 \sigma_1} \frac{T_{11}}{(1 + \omega^2 T_{qo}''^2)} \quad (5 \cdot 13)$$

という近似式が得られる。(5・13)式を(5・11)式に代入すると、

$$J_{D1}(j\omega) \cong \frac{9}{4} \pi \lambda_1 c^2 I_a^2 \frac{2p}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \frac{2\omega T_{qo}''}{(1 + \omega^2 T_{qo}''^2)} \quad [\text{Nm}] \quad (5 \cdot 14)$$

である。ここで、トルクの基準値  $J_{base}$  を定格容量 (W)/ 定格角周波数 ( $\omega_0/p$ : 機械角) とすると、

$$J_{base} = \frac{W}{\omega_0} p$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{8\mu_0\lambda_{af}}{\pi} f_{a1} \frac{pN_a I_a}{1-x_a^2} f_{f1} \frac{pN_f I_{f0}}{1-x_f^2} Y_{a1} Y_1(x_f) \left(\frac{R_{f0}}{R_{a0}}\right)^p \quad [Nm] \quad (5 \cdot 15)$$

である\*。

(5・14) 式と (5・15) 式から、単位法で表わした  $J_{D1}(j\omega)$  は、

$$J_{D1}(j\omega) \cong \frac{\lambda_1}{\lambda_a} X_d \left(1 - \frac{X_d''}{X_d}\right) \frac{2\omega T_{q0}''}{(1 + \omega^2 T_{q0}''^2)} \quad [p.u.] \quad (5 \cdot 14)'$$

となる。但し、(5・14)' 式での  $X_d$  は単位法におけるもの ((3・3) 式) で、 $X_d''/X_d$  は (2・16) 式で与えられる。

最後に領域④では、表 1-5④、表 2-1④の近似式と (5・11)、(5・12) 式より  $J_{D1}(j\omega)$  は単調減少である。

以上より、低温ダンパの制動トルク  $J_{D1}(j\omega)$  の最大値は、 $\omega = 1/T_{q0}'' (= \omega_{11})$  の時、

$$J_{D1max} = \frac{\lambda_1}{\lambda_a} X_d \left(1 - \frac{X_d''}{X_d}\right)$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_a} X_d \frac{Y_{a1}^2}{\left\{1 \pm \left(\frac{R_{10}}{R_{3i}}\right)^{2p}\right\} Z_{a1}} \left(\frac{R_{10}}{R_{a0}}\right)^{2p} \quad (5 \cdot 16)$$

となる。 $\omega = \omega_{11}$  の時、低温ダンパの表皮厚さ  $\delta_1$  は、

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma_1 \omega_{11}}} = d_1 \sqrt{\frac{R_{10}}{p d_1} \left\{1 \pm \left(\frac{R_{10}}{R_{3i}}\right)^{2p}\right\}} \gg d_1 \quad (5 \cdot 17)$$

である。即ち、うず電流が半径方向に一樣に分布している時 (しゃへい効果は小さい) に制動効果は最大となる。 $J_{D1max}$  は (5・16) 式から  $X_d$  および低温ダンパと電機子巻線の外径の比の  $2p$  乗 ( $R_{10}/R_{a0})^{2p}$  に比例する。

前節で述べた様に、回転子の動揺角周波数  $\omega_h$  で十分なしゃへい効果を得るために  $\omega_{21} \cong \omega_h$  とすれば、 $\omega_{11} \ll \omega_{21}$  なので  $\omega_{11} \ll \omega_h$  となる。従って  $\omega = \omega_h$  では  $J_{D1}(j\omega) \ll 1$  となり、低温ダンパの制動効果は小さいと考えられる。

\*) 定格容量 W の表式は付録 E 参照

### 5.3.2 常温ダンパの制動トルク

次に常温ダンパ ( $k=2$ ) の制動効果を考える。常温ダンパの電流密度と電機子電流の関係式は (4・48) 式で与えられる。低温ダンパの場合と同様に、常温ダンパの電流密度は、

$$\begin{aligned}
 I_2(j\omega) &= \frac{3}{\sqrt{2}} \omega \sigma_2 c \left( \frac{R_{2i}}{R_{1o}} \right)^p I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2p} \alpha_2 R_{2i} \\
 &\times \left\{ O_{p-1, p+1}(1) O_{p, p+1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right. \\
 &\quad \times O_{p+1, p+1}(1) O_{p, p-1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) \left. \right\} \\
 \alpha_k &= \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_k} \quad k=1, 2
 \end{aligned} \tag{5・18}$$

と複素表示される。(5・18) 式を (5・7) 式に代入すると、

$$\begin{aligned}
 J_{D2}(j\omega) &= \frac{9}{2} \pi \omega \lambda_2 \sigma_2 c^2 \left( \frac{R_{2i}}{R_{1o}} \right)^{2p} I_a^2 \left| \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2p} \right|^2 \\
 &\times \left\{ O_{p-1, p+1}(1) \bar{O}_{p-1, p+1}(1) G_{p+1, p+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} O_{p-1, p+1}(1) \bar{O}_{p+1, p+1}(2) \right. \\
 &\quad \times G_{p-1, p+1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \bar{O}_{p-1, p+1}(1) O_{p+1, p+1}(1) G_{p+1, p-1}(2) - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{4p} O_{p+1, p+1}(1) \\
 &\quad \times \bar{O}_{p+1, p+1}(2) G_{p-1, p-1}(2) \left. \right\} / \{ U_1(j\omega) U_1(-j\omega) \} \tag{5・19}
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 G_{p\pm 1, p\pm 1}(2) &= \int_{R_{2i}}^{R_{2o}} \alpha_2 R_{2i} O_{p, p\pm 1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) \bar{\alpha}_2 R_{2i} O_{p, p\pm 1}(\bar{\alpha}_2 r, \bar{\alpha}_2 R_{2i}) r dr \\
 &= \frac{|\alpha_2 R_{2i}|^2}{2\alpha_2^2} \left\{ \alpha_2 R_{2o} \bar{O}_{p, p\pm 1}(2) O_{p+1, p\pm 1}(2) - \bar{\alpha}_2 R_{2o} \bar{O}_{p, p\pm 1}(2) \right. \\
 &\quad \times O_{p+1, p\pm 1}(2) \left. \right\} \tag{5・20}
 \end{aligned}$$

$$G_{p\mp 1, p\pm 1}(2) = \int_{R_{2i}}^{R_{2o}} \alpha_2 R_{2i} O_{p, p\mp 1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) \bar{\alpha}_2 R_{2i} O_{p, p\pm 1}(\bar{\alpha}_2 r, \bar{\alpha}_2 R_{2i}) r dr$$

$$= \frac{|\alpha_2 R_{2i}|^2}{2\alpha_2^2} \left\{ \alpha_2 R_{2o} \bar{O}_{p, p\mp 1}(2) O_{p+1, p\pm 1}(2) - \bar{\alpha}_2 R_{2o} O_{p, p\pm 1}(2) \right.$$

$$\left. \times \bar{O}_{p+1, p\mp 1}(2) \mp \frac{2p}{|\alpha_2 R_{2i}|^2} \right\} \quad (\text{複号同順})$$

が得られる。但し  $\alpha_2 = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_2}$  である。(5・20)式の導出は付録Dに示した。

$J_{D2}(j\omega)$  の周波数特性を考える。低温ダンパの場合と同様に㉔, ㉕, ㉖, ㉗の領域に分けて表1-5, 表2-1を参照すると, (5・19), (5・20)式から, 領域㉔では単調増加, 領域㉕では単調減少であることがわかる。従って領域㉕と㉖において  $J_{D2}(j\omega)$  は極大値を取ると考えられる。(5・19)式に表1-5と表2-1 ㉕, ㉖の近似式を適用し, 単位法で表わすと,  $J_{D2}(j\omega)$  に対して, 領域㉕では,

$$J_{D2}(j\omega) \cong \frac{9}{4} \pi \lambda_2 \sigma_2 c^2 \left( \frac{R_{2i}}{R_{1o}} \right)^{2p} I_a^2 \frac{2p T_{21}}{\mu_0 \sigma_2} \frac{2\omega}{(1+\omega^2 T_{qo}''^2)} \left[ 1 + \omega^2 T_{11}^2 \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}^2 \right] \quad [\text{Nm}]$$

$$= \frac{\lambda_2}{\lambda_a} X_d \left( 1 - \frac{X_d'''}{X_d} \right) \frac{2\omega T_{qo}''}{(1+\omega^2 T_{qo}''^2)} \left[ 1 + \omega^2 T_{11}^2 \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}^2 \right] \frac{T_{21}}{T_{qo}''} \quad [\text{p. u.}] \quad (5 \cdot 21)$$

という近似式が得られ, 領域㉖では,

$$J_{D2}(j\omega) \cong \frac{9}{4} \pi \lambda_2 \sigma_2 c^2 \left( \frac{R_{2i}}{R_{1o}} \right)^{2p} I_a^2 \frac{2p T_{21}}{\mu_0 \sigma_2} \frac{2\omega}{(1+\omega^2 T_{qo}'''^2)} \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}^2} \quad [\text{Nm}]$$

$$= \frac{\lambda_2}{\lambda_a} X_d \left( 1 - \frac{X_d'''}{X_d} \right) \frac{2\omega T_{qo}'''}{(1+\omega^2 T_{qo}'''^2)} \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \quad [\text{p. u.}] \quad (5 \cdot 22)$$

という近似式が得られる。但し, (5・21), (5・22)式における  $X_d$  は単位法におけるもの((3・3)式)で  $X_d'''/X_d$  は(2・16)式で与えられる。

以上より, 常温ダンパの制動トルク  $J_{D2}(j\omega)$  は  $\omega \cong \omega_{11} (= 1/T_{qo}'')$  と  $\omega = \omega_{12} (= 1/T_{qo}''')$  において極大値を取る。二つの極大値の比を取ると,

$$\frac{J_{D2}(j\omega) \mid \omega=\omega_{11}}{J_{D2}(j\omega) \mid \omega=\omega_{12}} = \left[ 1 + \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \right] \frac{1}{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}} \cdot \frac{T_{21}}{T_{11}} \quad (5 \cdot 23)$$

となる。通常は  $T_{21} \ll T_{11}$  なので、(5・23)式の比の値は1より小さい。従って常温ダンパの制動トルク  $J_{D2}(j\omega)$  の最大値は  $\omega = 1/T_{qo}''' (= \omega_{12})$  の時、

$$\begin{aligned} J_{D2 \max} &= \frac{\lambda_2}{\lambda_a} X_d \left( 1 - \frac{X_d'''}{X_d} \right) \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \\ &= \frac{\lambda_2}{\lambda_a} X_d \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2p} \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \quad [\text{p.u.}] \quad (5 \cdot 24) \end{aligned}$$

となる。 $J_{D2 \max}$  は、 $X_d$  及び常温ダンパと電機子巻線の外径の比の  $2p$  乗  $(R_{2o}/R_{ao})^{2p}$  に比例する。また、両ダンパが近づくと  $R_{1o}/R_{2i}$  が大きくなり、 $J_{D2 \max}$  は小さくなる。両ダンパが近づくと、(2・16)式から  $T_{qo}'''$  も小さくなるので、 $J_{D2}(j\omega)$  が最大値を取る角周波数  $\omega_{12}$  ( $= 1/T_{qo}'''$ ) は大きくなる。

常温ダンパの構造パラメータはしゃへい効果の目安となる角周波数  $\omega_{21} (= 2/\mu_0 \sigma_1 \alpha_1^2)$  に関係しないので、しゃへい効果に影響を与えずに、 $\omega_{12}$  を回転子の動揺角周波数に等しくすることができる。それによって、制動機能は常温ダンパが受け持つことになる。

### 5.3.3 数値例

第4章4.6節の数値例に示した構造パラメータによって電機子電流が定格値の時の  $J_{D1}(j\omega)$ 、 $J_{D2}(j\omega)$  の周波数特性を描いたものが図5-2である。しゃへい比の場合と同様に図のx座標はすべり  $S$  としている。図中、実線は(5・11)、(5・19)式による理論値を、×印は(5・14)(5・21)、(5・22)式による近似値を示す。

$S \leq S_{2k}$  の範囲で近似値は理論値と、よく一致していると考えられるが、 $J_{D1}(j\omega)$  については、 $S \geq S_{12}$  において近似式では常温ダンパのしゃへいの影響を考慮していないため、近似値は理論値より大きくなっている。これはしゃへい比  $H(j\omega)$  の場合と同様である。また、この例では、トルクの基準値  $2.48 \times 10^6$  [Nm] に対して、 $S = S_{11}$  で  $J_{D1 \max} \cong 0.247$  [p.u.]  $S = S_{12}$  で  $J_{D2 \max} \cong 0.082$  [p.u.] であるが、制動効果の目安となる  $S = S_{12}$  においては、

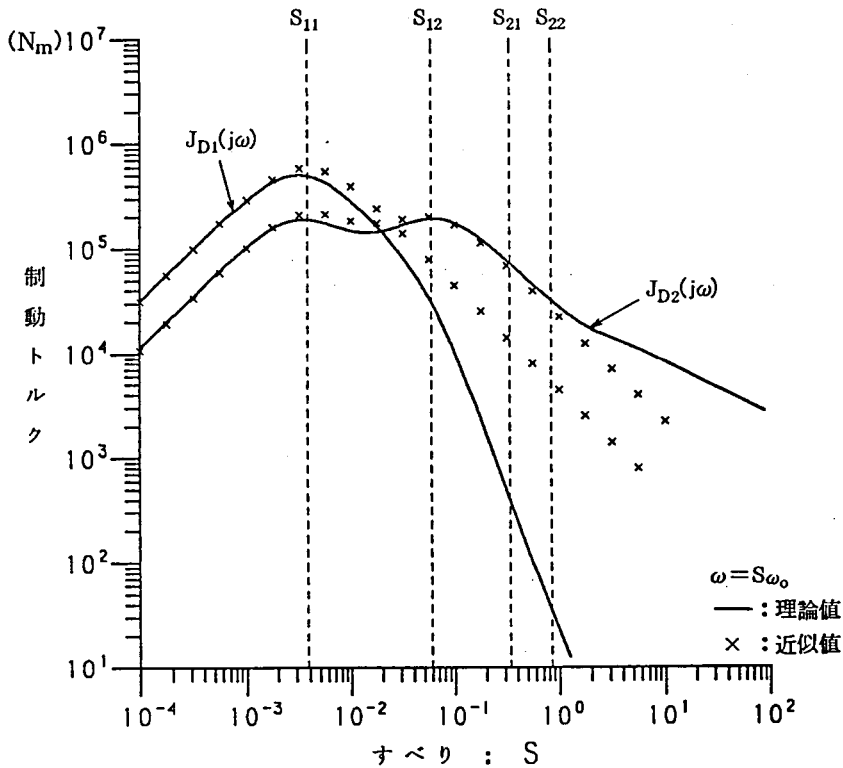


図5-2 制動トルクの周波数特性の例

$J_{D2}(j\omega) \gg J_{D1}(j\omega)$  となっている。

$J_{D1\max}$ ,  $J_{D2\max}$  は次節で考察する三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルクに比べると小さいので、機械的強度の設計では制動トルクは考慮する必要はないと考えられる。

なお、この数値例では、 $\sigma_2 = 5.3 \times 10^7$  [S/m],  $d_2 = 1.0$  [cm] であって、 $S_{12}$  即ち  $\omega_{12}$  に対応する周波数は 3.6 Hz である。これを回転子動揺周波数 (1~2 Hz) に等しくするには、例えば、 $\omega_{12}$  は  $d_2$  に反比例するので  $d_2$  を 2 倍程度 (2[cm]) にすればよい。

#### 5.4 三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルクの解析

本節では三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルクを考える。三相突発短絡の様な事故時には、ダンパ円筒に電流が流れ、磁界との相互作用により、半径方向及び周方向の力が働く。周方向の力はトルクとなる。機械的強度の点で問題となるのはこれらの力の最大値である。磁界は電機子電流によるものと界磁電流によるものの和であり、大きさは後者の方が前者より非常に大きい。

従って 4.4, 4.5 節で導出したダンパ円筒のうず電流密度の最大値の近似式と、1.5 節で導



出した界磁電流による磁束密度分布の表式を用いて、発電機端子における三相突発短絡時に低温、常温両ダンパに働くトルクの最大値を与える近似式を導く。そして、それらの最大値と構造パラメータの関係を議論し、1 GVA級の超電導発電機ではそれらの最大値がどの程度の値を取るか検討する。半径方向応力については、次節で議論する。

ダンパ部における、界磁電流による磁束密度の半径方向成分は、(1・59)式から、

$$B_r(r, \phi) = \sum_{n: \text{奇}} B_m(r) \cos(np\phi)$$

$$B_m(r) = \frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{n\pi} R_{fo}^2 \frac{pN_f I_f}{1-x_f^2} f_{fn} y_n(x_f) \frac{p}{r} \left\{ \left( \frac{R_{fo}}{r} \right)^p \pm \left( \frac{R_{fo}}{R_{3i}} \right)^{2p} \left( \frac{r}{R_{fo}} \right)^p \right\} \quad (5 \cdot 25)$$

と表わされる。ここで  $I_f$  は短絡前の端子電圧  $V_f$  を誘導するのに必要な界磁電流である。またダンパ円筒の電流密度は、(4・44)、(4・49)式から、

$$i_k(r, \phi, t) = i_{kd}(r, t) \sin(p\phi) + i_{kq}(r, t) \cos(p\phi), \quad k=1, 2 \quad (5 \cdot 26)$$

と表わされるので、ダンパに働くトルクを  $J_{Sk}(t)$  ( $k=1, 2$ ) とすると、

$$\begin{aligned} J_{Sk}(t) &= \lambda_k p \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} r B_r(r, \phi) i_k(r, \phi, t) r dr d\phi \\ &= \sum_{n: \text{奇}} \lambda_k p \left\{ \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} r^2 B_m(r) i_{kd}(r, t) dr \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \sin(p\phi) \cos(np\phi) d\phi \right. \\ &\quad \left. + \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} r^2 B_m(r) i_{kq}(r, t) dr \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \cos(p\phi) \cos(np\phi) d\phi \right\} \quad [Nm] \end{aligned} \quad (5 \cdot 27)$$

である。(5・27)式で  $\phi$  に関する積分は、

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \sin(p\phi) \cos(np\phi) d\phi &= 0 \\ \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \cos(p\phi) \cos(np\phi) d\phi &= \begin{cases} \frac{\pi}{p} : n=1 \\ 0 : n \neq 1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 28)$$

なので、(5・27)式は、

$$J_{Sk}(t) = \pi \lambda_k \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} r^2 B_{r_1}(r) i_{kq}(r, t) dr \quad [Nm] \quad (5 \cdot 27)'$$

となる。

#### 5.4.1 低温ダンパに働くトルクの最大値

まず、低温ダンパ ( $k=1$ ) に働くトルクの最大値について考える。三相突発短絡時の  $i_{1q}$  ( $r, t$ ) の最大値は (4・47) 式から、

$$\max |i_{1q}(r, t)| \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 c \left( \frac{r}{R_{1i}} \right)^p \frac{V_l}{X_d T_q''} \sin \delta \quad (5 \cdot 29)$$

と与えられるので、 $i_{1q}(r, t)$  が最大値を取る時 (5・27)' 式の  $r$  に関する積分は、 $D$  を  $r$  に無関係な定数として、

$$\begin{aligned} & \int_{R_{1i}}^{R_{1o}} r^2 B_{r_1}(r) \max |i_{1q}(r, t)| dr \\ &= D \int_{R_{1i}}^{R_{1o}} \left( r \pm \frac{r^{2p+1}}{R_{3i}^{2p}} \right) dr \\ &= D \left\{ \frac{R_{1o}^2 - R_{1i}^2}{2} \pm \frac{R_{1o}^{2p+2}}{R_{3i}^{2p}} \frac{1 - \left( \frac{R_{1i}}{R_{1o}} \right)^{2p+2}}{2p+2} \right\} \\ &\cong DR_{1o} d_1 \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left( \because \frac{d_1}{R_{1o}} \ll 1 \text{ より, } \left( \frac{R_{1i}}{R_{1o}} \right)^{2p+2} \cong 1 - (2p+2) \frac{d_1}{R_{1o}} \right) \quad (5 \cdot 30) \end{aligned}$$

となる。即ち、ダンパの厚さがその半径に比べて薄いので、半径方向の積分は  $r = R_{1o}$  での値に単に厚さ  $d_1$  をかけたものに等しい。

(5・25), (5・29), (5・30) 式を (5・27)' 式に代入すると、 $J_{S1}(t)$  の最大値は、

$$\begin{aligned} J_{S1 \max} &\cong \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_1 \sigma_1 c \frac{V_l}{X_d T_q''} \sin \delta \frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{p N_f I_f}{(1 - x_f^2)} f_{fl} Y_1(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{1i}} \right)^p \\ &\quad \times R_{1o} d_1 \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} p \pi \quad [Nm] \quad (5 \cdot 31) \end{aligned}$$

で与えられる。トルクの基準値を前節と同じく (5・15) 式とすると、単位法で表わした  $J_{S1\max}$  は、

$$J_{S1\max} \cong \frac{\lambda_1}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{T_{q0}''}{T_q''} \sin \delta$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{\sin \delta}{\left[ 1 - \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{l0}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{l0}}{R_{a0}} \right)^{2p} \right]} \quad [\text{p.u.}] \quad (5 \cdot 31)'$$

となる。ここで、 $V_t$  は定格電圧、 $I_{f0}$  は  $V_t$  を誘導するのに必要な無負荷時の界磁電流である。また  $X_d$  は単位法における値である。

(5・31)' 式より、三相突発短絡時に低温ダンパに働くトルクの最大値  $J_{S1\max}$  は同期リアクタンス  $X_d$  に反比例する。また低温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{l0}/R_{a0}$  が小さい程 (即ち、低温ダンパが電機子巻線から離れる程)  $J_{S1\max}$  は小さい。 $J_{S1\max}$  はダンパ円筒の導電率、厚さには関係しない。

#### 5.4.2 常温ダンパに働くトルクの最大値

次に常温ダンパ ( $k=2$ ) に働くトルクの最大値を考える。三相突発短絡時の  $i_{2q}(r, t)$  の最大値は (4・51) 式から、

$$\max |i_{2q}(r, t)| \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{l0}} \right)^p \frac{V_l}{T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{l0}}{r} \right)^{2p} \right\} (1 + \sin \delta)$$

と与えられる。 $i_{2q}(r, t)$  が最大値を取る時、(5・27)' 式の  $r$  に関する積分は、前節と同様に  $D$  を  $r$  に無関係な定数として、

$$\int_{R_{2i}}^{R_{2o}} r^2 B_{r1}(r) \max |i_{2q}(r, t)| dr$$

$$= D \int_{R_{2i}}^{R_{2o}} r \left\{ 1 \pm \left( \frac{r}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{l0}}{r} \right)^{2p} \right\} dr$$

$$\cong D \left[ R_{2o} d_2 \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{l0}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \right] \quad (5 \cdot 32)$$

となり、 $J_{S2}(t)$ の最大値は、

$$J_{S2 \max} \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_2 \sigma_2 c \frac{V_l}{X_d T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} (1 + \sin \delta) \frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{p N_f I_f}{(1 - x_f^2)} \\ \times f_{f1} y_1(x_f) \left( \frac{R_{f0}}{R_{l0}} \right)^p R_{20} d_2 \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{l0}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \quad [\text{Nm}] \quad (5 \cdot 33)$$

となる。(5・33)式を単位法で表わすと、

$$J_{S2 \max} \cong \frac{\lambda_2}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{T_{q0}'' T_{q0}'''}{T_q'' T_q'''} (1 + \sin \delta) \\ = \frac{\lambda_2}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{(1 + \sin \delta)}{\left[ 1 - \frac{Y_{a1}^2}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{20}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} Z_{a1}} \left( \frac{R_{20}}{R_{a0}} \right)^{2p} \right]} \quad [\text{p. u.}] \quad (5 \cdot 33)'$$

が得られる。

(5・33)'式より、三相突発短絡時に常温ダンパに働くトルクの最大値 $J_{S2 \max}$ は同期リアクタンスに反比例する。また常温ダンパと電機子巻線の外径の比 $R_{20}/R_{a0}$ が小さい程(即ち、常温ダンパが電機子巻線から離れる程) $J_{S2 \max}$ は小さい。 $J_{S2 \max}$ はダンパ円筒の導電率、厚さに関係しない。

#### 5.4.3 数値例

4.6節で示した数値例の構造パラメータを用いて、 $J_{S1 \max}$ 、 $J_{S2 \max}$ がどの程度の値を取るかを検討する。定格電圧、定格電流、力率0.9の状態から三相突発短絡が生じた場合を考えると、 $V_l/V_t = 1$ 、 $I_f/I_{f0} = 1.25$ 、 $\delta = 18.1^\circ$ となる。 $\lambda_1/\lambda_{af} = \lambda_2/\lambda_{af} \cong 1.2$ 程度とすると、トルクの基準値 $2.48 \times 10^6 [\text{Nm}]$ に対して、

$$J_{S1 \max} \cong 2.3 [\text{p. u.}], \quad J_{S2 \max} \cong 16.1 [\text{p. u.}]$$

となる。この例では、ダンパ円筒と電機子巻線の外径の比は $R_{l0}/R_{a0} = 0.57$ 、 $R_{20}/R_{a0} = 0.69$ であるが、これらの値を3.2節にならって変えると $J_{S1 \max}$ 、 $J_{S2 \max}$ は次の様になる。

$$0.45 < \frac{R_{l0}}{R_{a0}} < 0.65 \quad \text{に対して} \quad 1.7 < J_{S1 \max} < 3.1 \quad [\text{p. u.}]$$

$$0.55 < \frac{R_{20}}{R_{a0}} < 0.75 \quad \text{に対して} \quad 9.2 < J_{S2 \max} < 24.4 \quad [\text{p. u.}]$$

## 5.5 三相突発短絡時にダンパ円筒に働く半径方向応力の解析

本節では前節と同様に発電機端子における三相突発短絡時に、低温、常温両ダンパに働く半径方向の応力の最大値を与える近似式を導き、それらと構造パラメータの関係及びそれらがどの程度の値を取るかを検討する。

ダンパ部における、界磁電流による磁束密度の周方向成分は、式(1・59)の様に、

$$B_{\phi}(r, \phi) = \sum_{n:\text{奇}} B_{\phi n}(r) \sin(np\phi)$$

$$B_{\phi n}(r) = -\frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{n\pi} R_{fo}^2 \frac{pN_f I_f}{1-x_f^2} f_{fn} y_n(x_f)$$

$$\times \frac{p}{r} \left\{ -\left(\frac{R_{fo}}{r}\right)^p \pm \left(\frac{R_{fo}}{R_{3i}}\right)^{2p} \left(\frac{r}{R_{fo}}\right)^p \right\}$$
(5・34)

と表わされる。ダンパの電流密度は(5・26)式のように書くことができるので、ダンパに働く半径方向応力を、周方向の分布を考えて  $F_{rk}(\phi, t)$ , ( $k=1, 2$ ) とすると、

$$F_{rk}(\phi, t) = \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} B_{\phi}(r, \phi) i_k(r, \phi, t) dr$$

$$= \sum_{n:\text{奇}} \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} B_{\phi n}(r) dr \{ i_{kd}(r, t) \sin(p\phi) + i_{kq}(r, t) \cos(p\phi) \} \sin(np\phi) \quad [N/m^2]$$
(5・35)

となる。従って、周方向には様々な周期の分布が存在する。

(5・34)式より  $B_{\phi n}(r)$  の高調波成分は基本波成分に比べて小さい。従って、ここでは、応力の最大値を考えているので、 $n=1$  とする。そして、 $i_{kd}(r, t)$  と  $i_{kq}(r, t)$  が最大値を取る時の  $t$  の値は異なるので、別々に取扱い、

$$\begin{bmatrix} F_{rkd}(\phi, t) \\ F_{rkq}(\phi, t) \end{bmatrix} = \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} B_{\phi 1}(r) \begin{bmatrix} i_{kd}(r, t) \sin^2(p\phi) \\ i_{kq}(r, t) \cos(p\phi) \sin(p\phi) \end{bmatrix} dr$$
(5・36)

を考える。

### 5.5.1 低温ダンパに働く半径方向応力の最大値

まず、低温ダンパ( $k=1$ )に働く半径方向応力の最大値について考える。三相突発短絡時の

$i_{1d}(r, t)$ ,  $i_{1q}(r, t)$  の最大値は, (4・47)式から,

$$\begin{bmatrix} \max |i_{1d}(r, t)| \\ \max |i_{1q}(r, t)| \end{bmatrix} \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_{1c} \left(\frac{r}{R_{1i}}\right)^p \frac{V_L}{X_d T_q''} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix}$$

である。 $i_{1d}(r, t)$ ,  $i_{1q}(r, t)$  が各々最大値を取る時, (5・36)式の  $r$  に関する積分は,  $D$  を  $r$  に無関係な定数として,

$$\begin{aligned} & \int_{R_{1i}}^{R_{1o}} B_{\phi 1}(r) r^p dr \\ &= D \int_{R_{1i}}^{R_{1o}} \frac{1}{r} \left\{ -1 \pm \left(\frac{r}{R_{3i}}\right)^{2p} \right\} dr \\ &\cong D \left[ \frac{d_1}{R_{1o}} \left\{ -1 \pm \left(\frac{R_{1o}}{R_{3i}}\right)^{2p} \right\} \right] \end{aligned} \quad (5 \cdot 37)$$

となり,  $F_{r1d}(\phi, t)$ ,  $F_{r1q}(\phi, t)$  は,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{r1d}(\phi) \\ F_{r1q}(\phi) \end{bmatrix} &\cong -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_{1c} \frac{V_L}{X_d T_q''} \frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{pN_f}{(1-x_f^2)} f_{f1} y_1(x_f) \left(\frac{R_{fo}}{R_{1i}}\right)^p \\ &\quad \times \frac{pd_1}{R_{1i}} \left\{ -1 \pm \left(\frac{R_{1o}}{R_{3i}}\right)^{2p} \right\} \begin{bmatrix} \cos \delta \sin^2(p\phi) \\ \sin \delta \cos(p\phi) \sin(p\phi) \end{bmatrix} [N/m^2] \end{aligned} \quad (5 \cdot 38)$$

となる。ここで低温ダンパの応力の基準値  $F_{1base}$  を, 低温ダンパにおいて定格トルクに対応する力が半径方向に働いた場合の応力とすると,  $F_{1base}$  は,

$$F_{1base} = \frac{pW}{\omega_0 R_{1o}} \frac{1}{2\pi R_{1o} \lambda_1} [N/m^2] \quad (5 \cdot 39)$$

と表わされる。定格容量  $W$  の表式は付録 E に示した。(5・38), (5・39)式から  $F_{r1d}(\phi)$ ,  $F_{r1q}(\phi)$  は,

$$\begin{bmatrix} F_{rld}(\phi) \\ F_{rlq}(\phi) \end{bmatrix} \cong -\frac{\lambda_l}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{T_{q0}''}{T_q''} \frac{\left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \begin{bmatrix} \cos \delta \{ 1 - \cos(2p\phi) \} \\ \sin \delta \sin(2p\phi) \end{bmatrix} \quad [\text{p. u.}] \quad (5 \cdot 38)'$$

となる。(5・38)'式の  $X_d$  は単位法における値である。また  $T_{q0}''/T_q''$  は(2・16)式から与えられる。

(5・38)'式の  $F_{rld}(\phi)$ ,  $F_{rlq}(\phi)$  は各々  $\phi = \frac{\pi}{2p}$ ,  $\frac{\pi}{4p}$  の時、最大値

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{rldmax} \\ F_{rlqmax} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{rld}\left(\frac{\pi}{2p}\right) \\ F_{rlq}\left(\frac{\pi}{4p}\right) \end{bmatrix} \\ &= -\frac{\lambda_l}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{\left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{X_d \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{10}}{R_{3i}} \right)^{2p} - \frac{Y_{a1}^2}{Z_{a1}} \left( \frac{R_{10}}{R_{a0}} \right)^{2p} \right\}} \begin{bmatrix} 2 \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad [\text{p. u.}] \end{aligned} \quad (5 \cdot 40)$$

を取る。

(5・40)式から、 $F_{rldmax}$ ,  $F_{rlqmax}$  の大きさは同期リアクタンス  $X_d$  に反比例する。また、 $F_{rldmax}$ ,  $F_{rlqmax}$  は、低温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{10}/R_{a0}$  に依存し、ダンパ円筒の導電率、厚さには依存しない。

### 5.5.2 常温ダンパに働く半径方向応力の最大値

次に常温ダンパ ( $k=2$ ) に働く半径方向応力の最大値について考える。三相突発短絡時の  $i_{2d}(r, t)$ ,  $i_{2q}(r, t)$  の最大値は(4・51)式より、

$$\begin{bmatrix} \max |i_{2d}(r, t)| \\ \max |i_{2q}(r, t)| \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^p \frac{V_l}{X_d T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{10}}{r} \right)^{2p} \right\} \begin{bmatrix} 1 + \cos \delta \\ 1 + \sin \delta \end{bmatrix}$$

である。 $i_{2d}(r, t)$ ,  $i_{2q}(r, t)$  が各々最大値を取る時(5・36)式の  $r$  に関する積分は  $D$  を  $r$  に無関係な定数として、

$$\begin{aligned}
& \int_{R_{2i}}^{R_{2o}} B_{\phi 1}(r) r^p \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{r} \right)^{2p} \right\} dr \\
&= D \int_{R_{2i}}^{R_{2o}} \frac{1}{r} \left\{ -1 \pm \left( \frac{r}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{r} \right)^{2p} \right\} dr \\
&\cong D \frac{d_2}{R_{2o}} \left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{1o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \quad (5 \cdot 41)
\end{aligned}$$

となり、 $F_{r2d}(\phi, t)$ 、 $F_{r2q}(\phi, t)$  は、

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_{r2d}(\phi) \\ F_{r2q}(\phi) \end{bmatrix} &\cong -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 c \frac{V_l}{X_d T_q'''} \frac{T_{11}}{T_q''} \frac{\mu_0}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{p N_f}{(1-x_f^2)} f_{11} y_1(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{1o}} \right)^p \\
&\times \frac{pd_2}{R_{2o}} \left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \begin{bmatrix} (1+\cos \delta) \sin^2(p\phi) \\ (1+\sin \delta) \cos(p\phi) \sin(p\phi) \end{bmatrix} \quad [N/m^2] \quad (5 \cdot 42)
\end{aligned}$$

となる。ここで、常温ダンパの応力の基準値  $F_{2base}$  を、常温ダンパにおいて定格トルクに対応する力が半径方向に働いた場合の応力とすると、 $F_{2base}$  は、

$$F_{2base} = \frac{pW}{\omega_0 R_{2o}} \frac{1}{2\pi R_{2o} \lambda_2} \quad [N/m^2] \quad (5 \cdot 43)$$

と表わされる。(5・42)、(5・43)式から単位法で表わした  $F_{r2d}(\phi)$ 、 $F_{r2q}(\phi)$  は、

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_{r2d}(\phi) \\ F_{r2q}(\phi) \end{bmatrix} &\cong -\frac{\lambda_2}{\lambda_{af}} \frac{V_l}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{1}{X_d} \frac{T_{qo}'' T_{qo}'''}{T_q'' T_q'''} \frac{\left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{\left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}} \\
&\times \begin{bmatrix} (1+\cos \delta) \{ 1 - \cos(2p\phi) \} \\ (1+\sin \delta) \sin(2p\phi) \end{bmatrix} \quad [p. u.] \quad (5 \cdot 42)'
\end{aligned}$$

となる。(5・42)'式の  $X_d$  は単位法における値である。 $T_{qo}'' T_{qo}''' / (T_q'' T_q''')$  は(2・16)式から与えられる。



(5・42) 式の  $F_{r2d}(\phi)$ ,  $F_{r2q}(\phi)$  は各々  $\phi = \frac{\pi}{2p}$  ,  $\phi = \frac{\pi}{4p}$  の時, 最大値,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{r2d\max} \\ F_{r2q\max} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{r2d}\left(\frac{\pi}{2p}\right) \\ F_{r2q}\left(\frac{\pi}{4p}\right) \end{bmatrix} \\ &= -\frac{\lambda_2}{\lambda_{af}} \frac{V_L}{V_t} \frac{I_f}{I_{f0}} \frac{\left\{ -1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\}}{X_d \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} - \frac{Y_{a1}^2}{Z_{a1}} \left( \frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2p} \right\}} \begin{bmatrix} 2(1+\cos\delta) \\ 1+\sin\delta \end{bmatrix} [\text{p.u.}] \end{aligned} \quad (5 \cdot 44)$$

を取る。

(5・44) 式から  $F_{r2d\max}$ ,  $F_{r2q\max}$  の大きさは同期リアクタンス  $X_d$  に反比例する。また,  $F_{r2d\max}$ ,  $F_{r2q\max}$  は, 常温ダンパと電機子巻線の外径の比  $R_{2o}/R_{ao}$  に依存し, ダンパ円筒の導電率, 厚さには依存しない。

### 5.5.3 数値例

前節と同様に 4.6 節で示した数値例の構造パラメータを用いて, 三相突発短絡時にダンパ円筒に働く半径方向応力の最大値  $F_{rkd\max}$ ,  $F_{rkq\max}$  がどの程度の値を取るか検討する。定格電圧, 定格電流, 力率 0.9 の状態から三相突発短絡が生じた場合を考えると,  $V_L/V_t = 1$ ,  $I_f/I_{f0} = 1.25$ ,  $\delta = 18.1^\circ$  となる。 $\lambda_1/\lambda_{af} = \lambda_2/\lambda_{af} \cong 1.2$  程度とすると, 低温ダンパの半径方向応力基準値  $1.20 \times 10^6 [\text{N/m}^2]$  に対して,

$$\begin{aligned} F_{r1d\max} &= 9.2 \quad [\text{p.u.}] \\ F_{r1q\max} &= 1.5 \quad [\text{p.u.}] \end{aligned}$$

となる。上式の  $9.2 [\text{p.u.}]$  は  $1.1 \times 10^7 [\text{N/m}^2]$  に相当する。また常温ダンパの半径方向応力基準値  $0.81 \times 10^6 [\text{N/m}^2]$  に対して,

$$\begin{aligned} F_{r2d\max} &= 25.8 \quad [\text{p.u.}] \\ F_{r2q\max} &= 8.7 \quad [\text{p.u.}] \end{aligned}$$

となる。上式の  $25.8 [\text{p.u.}]$  は  $2.1 \times 10^7 [\text{N/m}^2]$  に相当する。

前節のトルクの場合と同様に  $R_{1o}/R_{ao}$ ,  $R_{2o}/R_{ao}$  を変えると次の様になる。

$$\begin{aligned} 0.45 < \frac{R_{1o}}{R_{ao}} < 0.65 \text{ に対して } &\begin{cases} 7.9 < F_{r1d\max} < 10.9 & [\text{p.u.}] \\ 1.3 < F_{r1q\max} < 1.8 & [\text{p.u.}] \end{cases} \\ 0.55 < \frac{R_{2o}}{R_{ao}} < 0.75 \text{ に対して } &\begin{cases} 18.3 < F_{r2d\max} < 34.1 & [\text{p.u.}] \\ 6.2 < F_{r2q\max} < 11.5 & [\text{p.u.}] \end{cases} \end{aligned}$$

これからダンパ円筒と電機子巻線の外径の比  $R_{10}/R_{a0}$ ,  $R_{20}/R_{a0}$  が小さい程 (即ちダンパ円筒と電機子巻線が離れる程) ダンパ円筒に働く過渡的な半径方向応力は小さいことがわかる。上式で、低温ダンパの  $10.9$  [p.u.] は  $1.4 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] に、常温ダンパの  $34.1$  [p.u.] は  $2.7 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] に各々相当する。

## 5.6 むすび

この章では、まず二重のダンパ円筒の交流磁界しゃへい効果について、第1章の電磁界解析の結果から理論式を導出し、理論式に帯域別に近似式を適用してその周波数特性を検討した。ダンパ円筒の制動効果についても同様の検討を行った。その結果をまとめると以下の様になる。

- i) 各々のダンパ円筒において表皮厚さがダンパ円筒の厚さと等しくなる角周波数  $\omega_{2k}$  ( $k=1, 2$ ) 以上の角周波数の交流磁界に対しては、各々のダンパ円筒は十分なしゃへい効果を持つ。 $\omega_{2k}$  以下の角周波数ではしゃへい効果は、時定数が低温ダンパでは  $T_{q0}''$ , 常温ダンパでは  $T_{q0}'''$  の一次遅れの特性を持つ。従って、しゃへい効果の目安として  $\omega_{2k}$  ( $k=1, 2$ ) を用いることができる。 $\omega_{2k}$  は各々のダンパ円筒の導電率と厚さの自乗の積に反比例する。
- ii) 制動効果は、低温ダンパでは  $\omega = \omega_{11} (= 1/T_{q0}'')$ , 常温ダンパでは  $\omega = \omega_{12} (= 1/T_{q0}''')$  において各々最大値を取る様な周波数特性を持つ。従って、制動効果の目安として  $\omega_{1k}$  ( $k=1, 2$ ) を用いることができる。 $\omega_{1k}$  は各々のダンパ円筒の導電率、外径、厚さの積に反比例する。制動トルクの最大値は、どちらのダンパにおいても同期リアクタンス  $X_d$  に比例する。また、各々のダンパの制動トルクの最大値は各々のダンパの外径と電機子巻線の外径の比の  $2p$  乗に比例する。
- iii) 以上の様にどちらのダンパも、しゃへい、制動の両方の機能を持つが、超電導発電機では両ダンパ円筒の導電率の違い ( $\sigma_1 \gg \sigma_2$ ) から、 $\omega_{11} \ll \omega_{12}$ ,  $\omega_{21} \ll \omega_{22}$  となり、低温ダンパと常温ダンパでは各々の機能が作用する周波数領域が異なる。それによって、低温ダンパがしゃへい機能を、常温ダンパが制動機能を主に分担している。
- iv) 1GVA級の超電導発電機の構造パラメータを用いて、近似式による値と理論式による値を比較し、近似式を用いた議論で十分であることを確めた。

次に、三相突発短絡時にダンパ円筒に働く過渡的なトルクと半径方向応力の最大値を与える近似式を、第4章の過渡現象解析と第1章の電磁界解析の結果から導いた。その結果次の様な結論が得られた。

- v) 三相突発短絡時にダンパ円筒に働く過渡的なトルクおよび半径方向応力の最大値は、低温ダンパ、常温ダンパ共に同期リアクタンスに反比例する。また各々のダンパ円筒と電機子巻

線の外径の比が小さい程これらの過渡的なトルク，応力の最大値は小さい。

VI) 1GVA 級の超電導発電機の構造パラメータを用いて，三相突発短絡時にダンパ円筒に働くトルク，半径方向応力について数値的検討を行った。発電機端子における定格電圧からの三相突発短絡の場合，過渡的なトルクの最大値は，低温ダンパでは定格トルクの約 2 倍，常温ダンパでは約 15 倍程度になる。また，半径方向応力の最大値は，低温ダンパで約  $1 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>]，常温ダンパでは約  $2 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] 程度となる。ダンパ円筒自体の機械的強度はそれ程大きくないので，回転子の構造材の強度設計にはこれらの過渡的な力を考慮する必要がある。

## 結 言

本論文では、超電導発電機のオペレーショナル・インピーダンスの理論式に対して、有理関数近似式を導出し、その近似式を用いて超電導発電機の機器定数、三相突発短絡時の過渡特性、ダンパ円筒のしゃへい効果、制動効果の周波数特性の解析を行なった。

得られた成果を要約すると以下の様になる。

1) 超電導発電機のオペレーショナル・インピーダンスが、近似的に複素変数  $s$  の有理関数で表わされることを理論的に明らかにした。

2) 超電導発電機のリアクタンス、時定数の構造パラメータによる表現式を導出した。それらのリアクタンス、時定数の回路定数としての物理的意味を説明した。特にダンパ円筒は電機子巻線から見た場合、抵抗とインダクタンスの集中定数回路とみなせることを示した。

3) 超電導発電機のリアクタンス、時定数と構造パラメータの関係及びそれらの概略値は次の様になる。

i) 同期リアクタンス  $X_d$  の値は設計によって幅があり、おおよそ  $0.2 \sim 0.6$  [p.u.] の範囲にある。

ii) 過渡リアクタンスは  $X_d'$ ,  $X_d''$ ,  $X_d'''$  の三種類があり、 $X_d$  との比で考えるとそれらの値  $X_d'/X_d$ ,  $X_d''/X_d$ ,  $X_d'''/X_d$  は各々界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパ、電機子巻線の位置関係によって決まる。それらの位置関係は発電機の構造上おおよそ決まっており、2極機では  $X_d'/X_d \cong 0.7$ ,  $X_d''/X_d \cong 0.5$ ,  $X_d'''/X_d \cong 0.35$  が代表的な値である。

iii) 逆相リアクタンスは  $X_d'''$  に等しい。

iv) 零相リアクタンス  $X_0$  は、他のリアクタンスに比べて巻線係数の影響を大きく受ける。全節巻の場合は、 $X_0/X_d \cong 0.25$  程度である。

v) 時定数には、界磁回路の時定数  $T_{d0}'$ ,  $T_d'$ , 低温ダンパの時定数  $T_{q0}''$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$ ,  $T_f''$ , 常温ダンパの時定数  $T_{q0}'''$ ,  $T_q'''$  がある。ダンパの時定数は各々のダンパ円筒の導電率、外径、厚さの積に比例する。1 GVA級の超電導発電機では、おおよその値は、界磁回路の時定数が数百秒、低温ダンパの時定数が約一秒、常温ダンパの時定数が数十ミリ秒程度となる。

4) 三相突発短絡時における電機子電流、界磁電流、ダンパ円筒電流密度の近似解析解を与えた。近似解析解に対する考察から得られた結果は以下の様に要約される。

i) 電機子電流の変化は従来機と同様であるが、時定数  $T_d'$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$  の減衰項と定格角

周波数の減衰振動項に加えて時定数  $T_q'''$  の減衰項が存在する。減衰振動項の時定数である電機子時定数  $T_a$  は  $X_d'''$  を同期角周波数  $\omega_0$  と電機子巻線抵抗分  $r_a$  の積で除したものに等しい。三相突発短絡試験により、過渡リアクタンス  $X_d'$ ,  $X_d''$ ,  $X_d'''$ , 時定数  $T_d'$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$  の値を求めることができる。

ii) 界磁電流の変化分では、時定数  $T_q'''$  の減衰項と減衰振動項は小さく、時定数  $T_d'$ ,  $T_d''$ ,  $T_f'$  の減衰項が主な成分である。界磁電流の時間的変化率では、時定数  $T_d'$  の減衰項と減衰振動項は小さく、時定数  $T_d''$ ,  $T_f'$ ,  $T_q'''$  の減衰項が主な成分である。

iii) 低温ダンパの電流密度では、時定数  $T_d'$  の減衰項と減衰振動項は小さく、時定数  $T_d''$ ,  $T_q''$ ,  $T_q'''$  の減衰項が主な成分である。常温ダンパの電流密度では、時定数  $T_d'$ ,  $T_d''$ ,  $T_q''$  の減衰項は小さく、時定数  $T_q'''$  の減衰項と時定数  $T_a$  定格角周波数の減衰振動項が主な成分である。各々の最大値は同期リアクタンス  $X_d$  に反比例し、各々のダンパ円筒と電機子巻線の外径の比に依存する。

5) 三相突発短絡時にダンパ円筒に働く過渡的なトルク及び半径方向応力の最大値は同期リアクタンス  $X_d$  に反比例する。また各々のダンパ円筒と電機子巻線の外径の比が小さい程、過渡的なトルク、半径方向応力の最大値は小さい。発電機端子において定格電圧、定格電流、力率 0.9 の状態から三相突発短絡が生じた場合、1 GVA 級の超電導発電機では、常温ダンパに働くトルクの最大値は定格トルクの約 15 倍、低温ダンパに働くトルクの最大値は定格トルクの約 2 倍程度である。ダンパ円筒に働く半径方向応力の最大値は、低温ダンパで約  $1 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>]、常温ダンパで約  $2 \times 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] 程度である。

6) 各々のダンパ円筒において表皮厚さがダンパ円筒の厚さに等しくなる角周波数を  $\omega_{2k}$  ( $k = 1$  : 低温ダンパ,  $k = 2$  : 常温ダンパ) とすると、 $\omega_{2k}$  以上の角周波数の交流磁界に対しては、各々のダンパ円筒は十分なしゃへい効果を持つ。従って、しゃへい効果の目安として  $\omega_{2k}$  を用いることができる。 $\omega_{2k}$  は各々のダンパの導電率と厚さの自乗の積に反比例する。

7) 制動トルクは、低温ダンパでは  $\omega = 1/T_{q0}''$  ( $= \omega_{11}$  とする), 常温ダンパでは  $\omega = 1/T_{q0}''$  ( $= \omega_{12}$  とする) において各々最大値を取るような周波数特性を持つ。従って、制動効果の目安として  $\omega_{1k}$  を用いることができる。 $\omega_{1k}$  は各々のダンパの導電率、外径、厚さの積に反比例する。

8) どちらのダンパもしゃへい、制動の両方の機能を持つが、二つのダンパ円筒の導電率 ( $\sigma_k$ ,  $k = 1, 2$ ) の違い ( $\sigma_1 \gg \sigma_2$ ) からそれらの機能の目安となる角周波数の間には、 $\omega_{11} \ll \omega_{12}$ ,  $\omega_{21} \ll \omega_{22}$  の関係があり、低温ダンパと常温ダンパでは各々の機能が作用する周波数領域が異なる。それによって、低温ダンパがしゃへい機能を、常温ダンパが制動機能を各々主に分担している。

## 謝

## 辞

本研究は京都大学工学部 岡田隆夫教授の御指導のもとに遂行されたものであり、終始時宜にかなった御教示と御鞭達を賜りました。ここに深甚なる感謝の意を表する次第です。

また、本研究を進めるにあたり終始有益な御討論と御助言を賜りました京都大学工学部 仁田旦三助教授に厚く御礼申し上げます。

また、数値逆ラプラス変換について貴重な御助言を賜りました京都大学工学部 木嶋昭教授、市川哲助手に感謝の意を表します。さらに、研究会等を通じて有益な御討論を賜りました松木純也講師、白井康之助手はじめ、岡田研究室の方々に感謝の意を表します。

また、貴重な御援助を賜りました関西電力(株)総合技術研究所の関係各位ならびに富士電機総合研究所の関係各位に対して、心から感謝申し上げます。

佐賀大学理工学部 向井栄一助手には文部省内地研究員として多大な御協力を賜りました。さらに、京都大学の卒業研究として、益井則和、中尾哲也、竹内克彦、石橋達司、秋山康人、市川博、鈴木顕博、田中正一の各氏に御協力いただきました。以上の方々に対し、心から感謝致します。

## 付 録 目 次

- A.  $M_{af1}(s)$  の極について
- B. 三相突発短絡電流における電機子抵抗分の影響
- C. 制動トルクの表式の導出
- D. 変形ベッセル関数の積分  $G_{p\pm 1, p\pm 1}(k)$  の計算
- E. 超電導発電機の定格容量

## 付録A $M_{af1}(s)$ の極について

電機子巻線と界磁巻線の相互インダクタンスのラプラス変換  $M_{af1}(s)$  は、

$$M_{af1}(s) = \frac{M_{af1}(0)}{U_1(s)} \quad (A \cdot 1)$$

と表わされる。 $U_1(s)$  は表 2-2 の様に  $|s|$  に応じて近似されるので、

$$s = -\frac{1}{T_{q0}''} \quad , \quad -\frac{1}{T_{q0}'''} \quad (A \cdot 2)$$

の二つは明らかに、 $M_{af1}(s)$  の極である。その他に、

$$\sinh(\alpha_k d_k) = 0 \quad , \quad \alpha_k = \sqrt{\mu_0 \sigma_k s} \quad , \quad k = 1, 2 \quad (A \cdot 3)$$

$$\text{より,} \quad s = -\frac{\ell^2 \pi^2}{\mu_0 \sigma_k d_k^2} = -\frac{1}{\tau_{k\ell}} \quad , \quad \ell = 1, 2, \dots \quad (A \cdot 4)$$

も極である。これらは全て単根である。

これらの極が、超電導発電機の周波数特性、過渡特性に及ぼす影響の大きさについて考察する。周波数特性に対しては  $|U_1(j\omega)|$ 、過渡特性に対しては、 $\left| \frac{d}{ds} U_1(s) \right|$  のそれぞれの極における値を調べればよい。

①  $s = -1/T_{q0}''$  の場合、表 2-1 ⑥ の近似式が適用され、

$$\left| U_1(j\omega) \right|_{\omega = \frac{1}{T_{q0}''}} = \sqrt{2} \quad , \quad \left| \frac{d}{ds} U_1(s) \right|_{s = -\frac{1}{T_{q0}''}} = T_{q0}'' \quad (A \cdot 5)$$

②  $s = -1/T_{q0}'''$  の場合、表 2-1 ⑦ の近似式が適用され、

$$\left. \begin{aligned} \left| U_1(j\omega) \right|_{\omega = \frac{1}{T_{q0}'''} } &= \sqrt{2} \frac{T_{q0}''}{T_{q0}'''} \left| \sinh\left(\sqrt{j \frac{\mu_0 \sigma_1}{T_{q0}'''} } d_1\right) / \left(\sqrt{j \frac{\mu_0 \sigma_1}{T_{q0}'''} } d_1\right) \right| \gg \sqrt{2} \\ \left| \frac{d}{ds} U_1(s) \right|_{s = -\frac{1}{T_{q0}'''} } &= T_{q0}'' \left| \sin\left(\sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_{q0}'''} } d_1\right) / \left(\sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_1}{T_{q0}'''} } d_1\right) \right| < T_{q0}'' \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 6)$$

③  $s = -1/\tau_{k\ell}$  ( $k=1, 2, \ell=1, 2, \dots$ ) の場合、これらの極のうち絶対値が最小のものは  $-\frac{1}{\tau_{11}}$  である。 $s = -1/\tau_{11}$  の時、 $d_1 \cong d_2$ 、 $R_1, R_2 \gg d_1, d_2$ 、 $\sigma_1 \gg \sigma_2$  より

$$\left. \begin{aligned} |\alpha_1 d_1| &= \pi > 1, \quad |\alpha_1 R_1| = \pi R_1/d_1 \gg 1 \\ |\alpha_2 d_2| &= \pi \frac{d_2}{d_1} \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \cong 1, \quad |\alpha_2 R_2| = \pi \frac{R_2}{d_1} \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \gg 1 \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 7)$$



である。従って表 2-1 ④の近似式が適用され、

$$\left. \begin{aligned} |U_1(j\omega)|_{\omega=\frac{1}{\tau_{11}}} &= \left[ \frac{\alpha_1 R_{1o}}{2p} \sinh(\alpha_1 d_1) \frac{\alpha_1 R_{2o}}{2p} \sinh(\alpha_2 d_2) \right. \\ &\quad \times \left. \left\{ 1 - \left( \frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2p} \right\} \left\{ 1 \pm \left( \frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \right]_{\omega=\frac{1}{\tau_{11}}} \gg 1 \\ \left| \frac{d}{ds} U_1(s) \right|_{s=-\frac{1}{\tau_{11}}} &= \left[ T_{qo}'' \cosh \pi \frac{\alpha_2 R_{2o}}{2p} \sinh(\alpha_2 d_2) \right] \gg T_{qo}'' \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 8)$$

以上より、周波数特性としては、

$$M_{afi}(j\omega) = \frac{M_{afi}(0)}{U_1(j\omega)} = \begin{cases} \frac{M_{afi}(0)}{1+j\omega T_{qo}''} & , \quad |s| \leq \frac{1}{T_{qo}'''} \\ 0 & , \quad |s| \geq \frac{1}{T_{qo}'''} \end{cases} \quad (A \cdot 9)$$

と考えてよい。しかし過渡特性を考える際の極としては、 $s = -1/T_{qo}''$  と  $s = -1/T_{qo}'''$  の 2 つを考慮に入れる必要がある。 $s = -1/\tau_{kl}$  ( $k=1, 2, \quad l=1, 2, \dots$ ) は、周波数特性、過渡特性どちらについても、考慮に入れる必要はない。

## 付録 B 三相突発短絡電流における電機子抵抗分の影響

4.2.1 節では、電機子巻線抵抗分  $r_a$  がリアクタンス  $X_d, X_d', X_d'', X_d'''$  に対して十分小さい場合の解を求めたが、ここでは  $r_a$  が解に与える影響を考える。4.2.1 節の(1)~(7)の区分に従って、極が存在する(1), (2), (4), (6), (7)について順次考察する。

(1)  $|s| < \frac{1}{T_{do}}$  の範囲：この場合は(4・8)式が  $r_a$  を考慮した正確な解である。

(2)  $1/T_{do}' \leq |s| \leq 1/T_d'$  の範囲：(4・9)式において、 $r_a/X_d$  が  $s/\omega_0$  に比べて大きいと考えると、

$$\left. \begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{s} \frac{r_a \sin \delta + X_d \cos \delta}{r_a^2 (1+sT_{do}') + X_d^2 (1+sT_d')} \cdot (1+sT_{do}') \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{s} \frac{-r_a (1+sT_{do}') \cos \delta + X_d (1+sT_d') \sin \delta}{r_a^2 (1+sT_{do}') + X_d^2 (1+sT_d')} \end{aligned} \right\} \quad (B \cdot 1)$$

となる。分母の根は、

$$s = -\frac{1}{T_d'} \frac{1 + r_a^2/X_d^2}{1 + r_a^2/X_d X_d'} = -\frac{1}{T_{dz}'} \quad (\text{B} \cdot 2)$$

である。 $X_d' < X_d$  なので、時定数は電機子抵抗を考慮すると  $(1 + r_a^2/X_d X_d')/(1 + r_a^2/X_d^2)$  の比で大きくなる。その時の時間関数は

$$\left. \begin{aligned} i_{d1}(t) &= -V_L \frac{r_a \sin \delta + X_d \cos \delta}{r_a^2 + X_d^2} \left( \frac{X_d}{X_d'} \frac{1 + r_a^2/X_d^2}{1 + r_a^2/X_d X_d'} - 1 \right) e^{-\frac{t}{T_{dz}'}} \\ i_{q1}(t) &= -\frac{V_L}{r_a^2 + X_d^2} \left[ -r_a \cos \delta \left( \frac{X_d}{X_d'} \frac{1 + r_a^2/X_d^2}{1 + r_a^2/X_d X_d'} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + X_d \sin \delta \left( 1 - \frac{1 + r_a^2/X_d^2}{1 + r_a^2/X_d X_d'} \right) \right] e^{-\frac{t}{T_{dz}'}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B} \cdot 3)$$

となり、q 軸成分も存在する。 $r_a/X_d \ll 1$  の時は  $i_{q1}(t)$  は  $i_{d1}(t)$  に比べると小さい。

(4)  $1/T_{q0}'' \leq |s| \leq 1/T_q''$  の範囲：(4・11)式において、 $r_a/X_d$ 、 $r_a/X_d'$  が  $s/\omega_0$  に比べて大きいとすると、

$$\left. \begin{aligned} I_d(s) &= -\frac{V_L}{s} \frac{r_a(1 + sT_{q0}'') \sin \delta + X_d(1 + sT_q'') \cos \delta}{r_a^2(1 + sT_{q0}'')^2 + X_d X_d'(1 + sT_q'')(1 + sT_d'')} (1 + sT_{q0}'') \\ I_q(s) &= -\frac{V_L}{s} \frac{-r_a(1 + sT_{q0}'') \cos \delta + X_d'(1 + sT_d'') \sin \delta}{r_a^2(1 + sT_{q0}'')^2 + X_d X_d'(1 + sT_q'')(1 + sT_d'')} (1 + sT_{q0}'') \end{aligned} \right\} \quad (\text{B} \cdot 4)$$

が得られる。(B・4)の分母の根は

$$s \cong -\frac{1}{T_q''} \frac{1 + \frac{r_a^2}{X_d X_d''}}{1 + \frac{r_a^2}{X_d'^2}} = -\frac{1}{T_{qz}''}, \quad -\frac{1}{T_d''} \frac{1 + \frac{r_a^2}{X_d' X_d''}}{1 + \frac{r_a^2}{X_d'^2}} = -\frac{1}{T_{dz}''} \quad (\text{B} \cdot 5)$$

である。やはり、時定数は電機子抵抗の影響により大きくなる。時間関数は、

$$\left. \begin{aligned} i_{q2}(t) &= I_{d2} e^{-\frac{t}{T_{dz}''}} + I_{d2}' e^{-\frac{t}{T_{qz}''}} \\ i_{q2}(t) &= I_{q2} e^{-\frac{t}{T_{qz}''}} + I_{q2}' e^{-\frac{t}{T_{dz}''}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B} \cdot 6)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned}
I_{d2} &= -\frac{V_L}{X_d' T_d''} \frac{\frac{r_a}{X_d''} \left( -\frac{1}{T_{dz}''} + \frac{1}{T_{qo}''} \right) \sin \delta + \left( -\frac{1}{T_{dz}''} + \frac{1}{T_q''} \right) \cos \delta}{\left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d''^2} \right) \left( 1 - \frac{T_{dz}''}{T_{qz}''} \right) \left( -\frac{1}{T_{dz}''} \right)} \left( 1 - \frac{T_{qo}''}{T_{dz}''} \right) \\
I_{d2}' &= -\frac{V_L}{X_d' T_d''} \frac{\frac{r_a}{X_d''} \left( -\frac{1}{T_{qz}''} + \frac{1}{T_{qo}''} \right) \sin \delta + \left( -\frac{1}{T_{qz}''} + \frac{1}{T_q''} \right) \cos \delta}{\left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d''^2} \right) \left( 1 - \frac{T_{qz}''}{T_{dz}''} \right) \left( -\frac{1}{T_{qz}''} \right)} \left( 1 - \frac{T_{qo}''}{T_{qz}''} \right) \\
I_{q2} &= -\frac{V_L}{X_d' T_d''} \frac{-\frac{r_a}{X_d''} \left( -\frac{1}{T_{qz}''} + \frac{1}{T_{qo}''} \right) \cos \delta + \left( -\frac{1}{T_{qz}''} + \frac{1}{T_d''} \right) \sin \delta}{\left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d''^2} \right) \left( 1 - \frac{T_{qz}''}{T_{dz}''} \right) \left( -\frac{1}{T_{qz}''} \right)} \left( 1 - \frac{T_{qo}''}{T_{qz}''} \right) \\
I_{q2}' &= -\frac{V_L}{X_d' T_d''} \frac{-\frac{r_a}{X_d''} \left( -\frac{1}{T_{dz}''} + \frac{1}{T_{qo}''} \right) \cos \delta + \left( -\frac{1}{T_{dz}''} + \frac{1}{T_d''} \right) \sin \delta}{\left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d''^2} \right) \left( 1 - \frac{T_{dz}''}{T_{qz}''} \right) \left( -\frac{1}{T_{dz}''} \right)} \left( 1 - \frac{T_{qo}''}{T_{dz}''} \right)
\end{aligned} \right\} \quad (B \cdot 7)$$

である。

$r_a/X_d'' \ll 1$  の時は  $I_{d2}' \ll I_{d2}$ ,  $I_{q2}' \ll I_{q2}$  となる。

(6)  $1/T_{qo}''' \leq |s| \leq 1/T_q'''$  の範囲：(4・13)式において， $r_a/X_d''$  が  $s/\omega_0$  に比べて大きいとすると，

$$I_d(s) = -\frac{V_L}{s} \frac{\left[ r_a(1+sT_{qo}''') \sin \delta + X_d''(1+sT_q''') \cos \delta \right]}{\left[ r_a^2(1+sT_{qo}''')^2 + X_d''^2(1+sT_q''')^2 \right]} (1+sT_{qo}''') \quad (B \cdot 8)$$

$$I_q(s) = -\frac{V_L}{s} \frac{\left[ -r_a(1+sT_{qo}''') \cos \delta + X_d''(1+sT_q''') \sin \delta \right]}{\left[ r_a^2(1+sT_{qo}''')^2 + X_d''^2(1+sT_q''')^2 \right]} (1+sT_{qo}''')$$

となる。(B・8)式の分母の根は，

$$s = -\frac{1}{T_q'''} \frac{1 + \frac{r_a^2}{X_d'' X_d'''} \pm j \left( \frac{1}{X_d'''} - \frac{1}{X_d''} \right) r_a}{1 + \frac{r_a^2}{X_d'''^2}} = -\frac{1}{T_{qz}'''} \pm j \omega_z''' \quad (B \cdot 9)$$

である。この場合も  $T_{qz}''' > T_q'''$  である。共役複素根なので、時間関数は、

$$\begin{aligned} i_{d3}(t) &= I_{d3} e^{-\frac{t}{T_{qz}'''}} \cos(\omega_z''' t - \theta_{dz}''') \\ i_{q3}(t) &= I_{q3} e^{-\frac{t}{T_{qz}'''}} \cos(\omega_z''' t - \theta_{qz}''') \end{aligned} \quad (B \cdot 10)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} I_{d3} &= |\dot{I}_{d3}|, \quad \theta_{dz}''' = \arg(\dot{I}_{d3}) \\ \dot{I}_{d3} &= \left[ -\frac{V_L}{s} \frac{\frac{r_a}{X_d'''} \left( s + \frac{1}{T_{qo}'''} \right) \sin \delta + \left( s + \frac{1}{T_q'''} \right) \cos \delta}{X_d'' T_q''' \left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d'''^2} \right) \left( s + \frac{1}{T_{qz}'''} + j\omega_z''' \right)} (1 + sT_{qo}''') \right]_{s = -\frac{1}{T_{qz}'''} + j\omega_z'''} \\ I_{q3} &= |\dot{I}_{q3}|, \quad \theta_{qz}''' = \arg(\dot{I}_{q3}) \\ \dot{I}_{q3} &= \left[ -\frac{V_L}{s} \frac{-\frac{r_a}{X_d'''} \left( s + \frac{1}{T_{qo}'''} \right) \cos \delta + \left( s + \frac{1}{T_q'''} \right) \sin \delta}{X_d'' T_q''' \left( 1 + \frac{r_a^2}{X_d'''^2} \right) \left( s + \frac{1}{T_{qz}'''} + j\omega_z''' \right)} (1 + sT_{qo}''') \right]_{s = -\frac{1}{T_{qz}'''} + j\omega_z'''} \end{aligned} \right\} \quad (B \cdot 11)$$

である。

$r_a/X_d''' \ll 1$  の時  $\omega_z'''$  は  $1/T_{qz}'''$  に比べて十分小さいので、 $0 \leq t \leq 1/T_{qz}'''$  の範囲では、

$$\cos(\omega_z''' t - \theta_{dz}''') \cong 1, \quad \cos(\omega_z''' t - \theta_{qz}''') \cong 1$$

とみなすことができる。

(7)  $1/T_q''' < |s|$  の範囲： この場合は (4・16) 式が  $r_a$  を考慮した正確な解である。

## 付録C 制動トルクの表式の導出

電機子電流  $\xi$  相空間基本波成分によるベクトル・ポテンシャルは表 1-3 より、

$$\begin{aligned} A_{a1}(r, s) I_{\xi}(s) \sin(p\psi - \frac{2}{3}m\pi) \\ \xi = a, b, c \text{ に対して各々, } m=0, 1, 2 \end{aligned} \quad (C \cdot 1)$$

と表わされる。(C・1)式で  $a, b, c$  相分の和を取り、 $d-q$  変換すると、電機子電流  $d, q$  成

分とそれによるベクトル・ポテンシャル  $A_{a1}(r, \phi, s)$  の関係式は,

$$A_{a1}(r, \phi, s) = \sqrt{\frac{3}{2}} A_{a1}(r, s) \{ I_d(s) \sin(p\phi) + I_q(s) \cos(p\phi) \} \quad (C \cdot 2)$$

となる。従って、ダンパ円筒の電流密度  $I_k(s)$ , ( $k=1, 2$ ) は,

$$\begin{aligned} I_k(s) &= -\sigma_1 s A_{a1}(r, \phi, s) \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 s A_{a1}(r, s) \{ I_d(s) \sin(p\phi) + I_q(s) \cos(p\phi) \} \end{aligned} \quad (C \cdot 3)$$

と表わされる。また、電機子電流空間基本波成分による磁束密度の半径方向成分  $B_r(r, \phi, s)$  は

$$\begin{aligned} B_r(r, \phi, s) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} A_{a1}(r, \phi, s) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{p}{r} A_{a1}(r, s) \{ I_d(s) \cos(p\phi) - I_q(s) \sin(p\phi) \} \end{aligned} \quad (C \cdot 4)$$

と表わされる。

電機子電流が (5・1), (5・2) 式で表わされる時,

$$\left. \begin{aligned} i_d(t) \sin(p\phi) + i_q(t) \cos(p\phi) &= \sqrt{3} I_a \sin(\omega t - p\phi - p\phi_0) \\ i_d(t) \cos(p\phi) + i_q(t) \sin(p\phi) &= \sqrt{3} I_a \cos(\omega t - p\phi - p\phi_0) \end{aligned} \right\} \quad (C \cdot 5)$$

となるので、各々,

$$\left. \begin{aligned} I_d(j\omega) \sin(p\phi) + I_q(j\omega) \cos(p\phi) &= j\sqrt{3} I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \\ I_d(j\omega) \cos(p\phi) - I_q(j\omega) \sin(p\phi) &= \sqrt{3} I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \end{aligned} \right\} \quad (C \cdot 6)$$

と複素表示される。従って (C・6) と (C・3), (C・4) より、ダンパ電流密度, 磁束密度の複素表示は,

$$\left. \begin{aligned} I_k(j\omega) &= \frac{3}{\sqrt{2}} \sigma_1 \omega A_{a1}(r, j\omega) I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \\ B_r(r, \phi, j\omega) &= \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{p}{r} A_{a1}(r, j\omega) I_a e^{-j(p\phi + p\phi_0)} \end{aligned} \right\} \quad (C \cdot 7)$$

となる。

従って、ダンパ円筒内の一点に働くトルク  $\Delta J_{Dk}(t)$  は

$$\begin{aligned}
\Delta J_{Dk}(t) &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} r Br(r, \phi, t) i_k(r, \phi, t) dt \\
&= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{9}{2} p \sigma_1 \omega I_a^2 \operatorname{Re}[A_{a1}(r, j\omega) e^{j(\omega t - p\phi - p\phi_0)}] \\
&\quad \cdot \operatorname{Re}[A_{a1}(r, j\omega) e^{j(\omega t - p\phi - p\phi_0)}] dt \\
&= \frac{9}{4} p \sigma_k \omega I_a^2 |A_{a1}(r, j\omega)|^2 \\
&= \frac{p}{2 \sigma_k \omega} I_k(j\omega) I_k(-j\omega)
\end{aligned} \tag{C・8}$$

で与えられる。これをダンパ円筒の全体積にわたって積分することにより、制動トルク  $J_{Dk}(j\omega)$  は、

$$\begin{aligned}
J_{Dk}(j\omega) &= p \lambda_k \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \Delta J_{Dk}(j\omega) r dr d\phi \\
&= \lambda_k \frac{p^2}{\omega} \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \frac{I_k(j\omega) I_k(-j\omega)}{2 \sigma_k} r dr d\phi
\end{aligned} \tag{C・9}$$

で与えられる。

#### 付録 D 変形ベッセル関数の積分 $G_{p\pm 1, p\pm 1}(k)$ の計算

変形ベッセル関数の積分公式を用いて、

$$G_{p\pm 1, p\pm 1}(k) = \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} \alpha_k R_{ki} O_{p, p\pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{li}) \bar{\alpha}_k R_{ki} O_{p, p\pm 1}(\alpha_k r, \alpha_k R_{ki}) r dr \tag{D・1}$$

(複号同順)

ここで、 $\alpha_k = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_k}$  で  $\bar{\alpha}$  は  $\alpha$  の共役複素数を表わす。

の計算を行なう。文献(24) pp164~166 より

$$\int_0^z I_\nu(kz) I_\nu(\ell z) z dz = \frac{z}{k^2 - \ell^2} \{ k I_\nu(\ell z) I_{\nu+1}(kz) - \ell I_\nu(kz) I_{\nu+1}(\ell z) \}, \operatorname{Re}(\nu) > -1 \tag{D・2}$$

$$\int_0^z K_\nu(kz) I_\nu(\ell z) z dz = -\frac{z}{k^2 - \ell^2} \{ k I_\nu(\ell z) K_{\nu+1}(kz) + \ell K_\nu(kz) I_{\nu+1}(\ell z) - \left(\frac{\ell}{k}\right)^\nu \}, \operatorname{Re}(\nu) > -1, k^2 \neq \ell^2 \tag{D・3}$$

$$\int_z^{\infty} K_{\nu}(kz) K_{\nu}(\ell z) z dz = \frac{z}{k^2 - \ell^2} \{ k K_{\nu}(\ell z) K_{\nu+1}(kz) - \ell K_{\nu}(kz) K_{\nu+1}(\ell z) \}, \text{Re}(k+\ell) > 0 \quad (\text{D} \cdot 4)$$

但し,  $\text{Re}(z)$  は  $z$  の実数部を表わす。

が成立する。(D・2)~(D・3)式を用いて,  $\alpha_k^2 - \bar{\alpha}_k^2 = 2\alpha_k^2$  に注意すると,

$$\int_0^R I_p(\alpha_k r) I_p(\bar{\alpha}_k r) r dr = \frac{R}{2\alpha_k^2} \{ \alpha_k I_p(\bar{\alpha}_k R) I_{p+1}(\alpha_k R) - \bar{\alpha}_k I_p(\alpha_k R) I_{p+1}(\bar{\alpha}_k R) \} \quad (\text{D} \cdot 5)$$

$$\int_0^R I_p(\alpha_k r) K_p(\bar{\alpha}_k r) r dr = \frac{R}{2\alpha_k^2} \left\{ \bar{\alpha}_k I_p(\alpha_k R) K_{p+1}(\bar{\alpha}_k R) + \alpha_k K_p(\bar{\alpha}_k R) I_{p+1}(\alpha_k R) - \left( \frac{\alpha_k}{\bar{\alpha}_k} \right)^p \right\} \quad (\text{D} \cdot 6)$$

$$\int_0^R K_p(\alpha_k r) I_p(\bar{\alpha}_k r) r dr = -\frac{R}{2\alpha_k^2} \left\{ \alpha_k I_p(\bar{\alpha}_k R) K_{p+1}(\alpha_k R) + \bar{\alpha}_k K_p(\bar{\alpha}_k R) + \bar{\alpha}_k K_p(\alpha_k R) I_{p+1}(\bar{\alpha}_k R) + \left( \frac{\bar{\alpha}_k}{\alpha_k} \right)^p \right\} \quad (\text{D} \cdot 7)$$

$$\int_R^{\infty} K_p(\alpha_k r) K_p(\bar{\alpha}_k r) r dr = \frac{R}{2\alpha_k^2} \{ \alpha_k K_p(\bar{\alpha}_k R) K_{p+1}(\alpha_k R) - \bar{\alpha}_k K_p(\alpha_k R) K_{p+1}(\bar{\alpha}_k R) \} \quad (\text{D} \cdot 8)$$

が得られる。(D・5)~(D・8)式を用いると,

$$\begin{aligned} G_{p\pm 1, p\pm 1}(k) &= |\alpha_k R_{ki}|^2 \left\{ K_{p\pm 1}(\alpha_k R_{2i}) K_{p+1}(\bar{\alpha}_k R_{ki}) \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} I_p(\alpha_k r) I_p(\bar{\alpha}_k r) r dr \right. \\ &\quad + K_{p\pm 1}(\alpha_k R_{ki}) I_{p\pm 1}(\bar{\alpha}_k R_{ki}) \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} I_p(\alpha_k r) K_p(\bar{\alpha}_k r) r dr \\ &\quad + I_{p\pm 1}(\alpha_k R_{ki}) K_{p\pm 1}(\bar{\alpha}_k R_{ki}) \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} K_p(\alpha_k r) I_p(\bar{\alpha}_k r) r dr \\ &\quad \left. + I_{p\pm 1}(\alpha_k R_{ki}) I_{p\pm 1}(\bar{\alpha}_k R_{ki}) \int_{R_{ki}}^{R_{ko}} K_p(\alpha_k r) K_p(\bar{\alpha}_k r) r dr \right\} \\ &= \frac{|\alpha_k R_{ki}|^2}{2\alpha_k^2} \{ \alpha_k R_{ko} \bar{O}_{p, p\pm 1}(k) O_{p+1, p\pm 1}(k) - \bar{\alpha}_k R_{ko} O_{p, p\pm 1}(k) \bar{O}_{p+1, p\pm 1}(k) \} \end{aligned} \quad (\text{D} \cdot 9)$$

(複号同順)

である。同様に,

$$G_{p\pm 1, p\mp 1}(k) = \frac{|\alpha_k R_{ki}|^2}{2\alpha_k^2} \left\{ \alpha_k R_{ko} \bar{O}_{p, p\mp 1}(k) O_{p+1, p\pm 1}(k) - \bar{\alpha}_k R_{ko} O_{p, p\pm 1}(k) \bar{O}_{p+1, p\mp 1}(k) \mp \frac{2p}{|\alpha_k R_{ki}|^2} \right\} \quad (D \cdot 10)$$

(複号同順)

が得られる。

#### 付録E 超電導発電機の定格容量

発電機の定格電圧を  $V_t$  [V],  $V_t$  を誘導するのに必要な無負荷時の界磁電流を  $I_{f0}$  [A] とすると, (2・5), (2・6) 式と電磁誘導の法則から,

$$V_t = \sqrt{\frac{3}{2}} \omega_0 M_{af1}(0) I_{f0} \quad (E \cdot 1)$$

である。但し,  $M_{af1}(0)$  は (2・11) 式で与えられる界磁巻線と電機子巻線一相の相互インダクタンスである。従って, 超電導発電機の出力  $W$  [VA] は, 定格電流を  $I_a$  [A] とすると,

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{3} V_t I_a = \frac{3}{\sqrt{2}} \omega_0 M_{af1}(0) I_{f0} I_a \\ &= \frac{3}{\sqrt{2}} \omega_0 \frac{8\mu_0 \lambda_{af}}{p\pi} \frac{pN_f I_{f0}}{1-x_f^2} \frac{\sin \frac{p\theta_f}{2}}{p\theta_f/2} \frac{pN_a I_a}{1-x_a^2} \frac{\sin \frac{p\theta_a}{2}}{p\theta_a/2} Y_{a1} y_1(x_f) \left( \frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^p \end{aligned} \quad (E \cdot 2)$$

と表わされる。



## 参 考 文 献

- 1) 実松俊弘：超電導発電機の開発，電気学会雑誌，vol. 102，p481(昭57-8)
- 2) J. L. Smith: Overview of the Development of Superconducting Synchronous Generators, IEEE Trans. MAG-19, No. 3, p522 (1983-3)
- 3) 牟田一弥，曲梶信之：二重シールドを持つ超電導同期発電機の等価モデリング（Ⅰ部 理論式の導出），電気学会論文誌B．vol. 100，No. 10，p585(昭55-10)
- 4) 牟田一弥，曲梶信之：二重シールドを持つ超電導同期発電機の等価モデリング（Ⅱ部 設計諸元例による等価回路モデルと定数の検討），電気学会論文誌B．vol. 100，No. 10，p593(昭55-10)
- 5) 岡田隆夫，仁田旦三，新谷敏朗：三次元磁界解析による超電導発電機の特性解析，電気学会回転機研究会資料 RM 83-32(昭58-7)
- 6) 新谷敏朗，仁田旦三，岡田隆夫：超電導発電機の機器定数の構造パラメータによる簡易表現，電気学会論文誌B．vol. 106，No. 12，p1075(昭61-12)
- 7) 電気学会技術報告Ⅱ部 58号：同期機の超電導化について，(昭52-7)
- 8) 森口繁一，宇田川銑久，一松 信：数学公式集Ⅲ，p170，岩波書店(昭35-3)
- 9) 新谷敏朗，仁田旦三，岡田隆夫：超電導同期発電機の電気特性の構造パラメータによる簡易表現，電気学会静止器研究会資料 SA 81-20(昭56-9)
- 10) B. Adkins: The General Theory of Electrical Machines, p101, Chapman & Hall Ltd. (1964)
- 11) H. Fujino: Technical Overview of Japanese Superconducting Generator Development Program, IEEE Trans. MAG-19, No. 3, p536 (1983-3)
- 12) M. Maki, T. Sanematsu and H. Ogata: Design and Component Development of a 50 MVA Superconducting Generator, IEEE Trans. PAS-99, No. 1, p185 (1980-1)
- 13) J. L. Smith Jr., G. L. Wilson and J. L. Kirtley Jr.: Results from the MIT-EPRI 3-MVA Superconducting Generator, IEEE Trans. MAG-15, No. 1, p727 (1979-1)
- 14) J. L. Kirtley Jr. and M. Furuyama: A Design Concept for Large Superconducting Alternators, IEEE Trans. PAS-94, No. 4, p1264 (1975-8)
- 15) S. H. Minnich, T. A. Keim, M. V. K. Chari, B. B. Camble, M. J. Jefferies, D. W. Jones, E. T. Laskaris and P. A. Rios: Design Studies of Superconducting Generators, IEEE Trans. MAG-15, No. 1, p703 (1979-1)

- 16) J. H. Parker and R. A. Towne: Design of Large Superconducting Turbine Generators for Electric Utility Application, IEEE Trans. PAS-98, No. 6, p2241 (1979-12)
- 17) 電気学会技術報告Ⅱ部 192号: 超電導電力機器の開発動向, (昭60-7)
- 18) T. Okada, T. Nitta and T. Shintani: On-load Test of the 20 kVA Superconducting Generator, IEEE Trans. MAG-21, No. 2, p668 (1985-3)
- 19) 新谷敏朗, 仁田旦三, 岡田隆夫: 三相突発短絡時の超電導発電機の過渡特性解析, 電気学会電力技術研究会資料 PE 86-58 (昭61-8)
- 20) 電気学会電気規格調査会標準規格: 同期機, (昭54-7)
- 21) S. Ichikawa and A. Kishima: Application of Fourier Series Technique to Inverse Laplace Transform, Memoirs of Faculty of Eng. Kyoto Univ., Vol 34, p53 (1972-1)
- 22) 新谷敏朗, 竹内克彦, 仁田旦三, 岡田隆夫: 超電導発電機の過渡現象シミュレーション, 昭和 57 年電気関係学会関西支部連合大会 G 3A-33
- 23) 新谷敏朗, 仁田旦三, 岡田隆夫: 超電導同期発電機が持つ電磁シールドのしゃへい効果の二次元解析による評価, 昭和 56 年電気学会全国大会, No 838
- 24) N.W. MacLachlan: Bessel Functions for Engineers, Oxford, 1934